라플라시안 피라미드 구조 기반의 Hidden Markov Tree와 Wiener Filter를 이용한 디지털 방사선 영상 노이즈 감소에 관한 연구

연세대학교 대학원

의공학과

박 인 성

라플라시안 피라미드 구조 기반의 Hidden Markov Tree와 Wiener Filter를 이용한 디지털 방사선 영상 노이즈 감소에 관한 연구

지도 김 동 윤 교수

이 논문을 석사 학위논문으로 제출함

2008년 12월 일

연세대학교 대학원

의공학과

박 인 성

박인성의 석사 학위논문을 인준함

심사위원 _____ 김 동 윤 _____ 인

심사위원 _____ 김 법 민 _____ 인

심사위원 _____ 권 기 운 _____ 인

연세대학교 대학원

2008년 12월 일

감사의 글

석사 생활동안 저를 언제나 지켜주시고 함께 동행해주신 하나님 아버지께 감사드립니다.

오랜 대학원 생활동안 언제나 믿어주시고 기도로, 물질로 후원해주신 아버지, 어머니 감사드립니다. 더욱 멋지고 듬직한 막내아들이 되도록 노력하겠습니다. 언제나 건강 챙기시고 너무 무리하지는 마세요. 정말 사랑합니다. 우리 형들... 부모님을 도우면서 과수원을 지키고 있는, 그리고 이제 새로운 사업을 하려는 인범이형 고마워요. 그리고 그 사업 잘 될거야... ^^ 그리고 빨리 결혼하셔.. OK?? 나보다 먼저 나에게 전화해서 안부를 묻는 인수형.. 그리고 가끔 용돈도 줬던 인수형, 그리고 형수님 감사합니다. 우리 삼형제 언제나 주님께 영광 돌리며 각자 있는 곳에서 최선을 다하고 서로서로 챙기는 우애 있는 삼형제가 돼요.. 물론 지금도 좋지만..^^

항상 저를 열심히 지도해주시고 이끌어주신 김동윤 교수님. 학문적인 것 뿐 만아니라 살아가면서의 마음가짐 등 많은 깨달음을 주신 교수님 감사합니다. 교수님께서 저에게 해주신 말씀 모두 기억하며 열심히 살아가겠습니다.

항상 저를 위해 기도해 주시는 우리 집안의 기둥 큰아버지, 큰어머니 감사합니다. 언제나 건강하시고 행복한 하루하루 보내세요. 그리고 우리 고모, 가끔 저를 보실 때마다 손을 꼭 잡으시면서 저를 위해 기도해주시는 고모, 정말 감사합니다. 고모께 별로 표현을 잘 못했지만 정말 감사합니다. 건강하세요. 그리고 서로 떨어져 있지만 멀리서도 서로를 위해 기도하는 우리 7남매 가족들 감사합니다.

대학원 생활을 같이 하였던 성원이형, 용환이형, 석우, 진수, 성희, 태환, 재원, 종형이 모두들 감사합니다. 이제 진수와 성희를 이어서 멋진 의료영상연구실 선배가 되어야 되는데..^^;

그리고 언제나 기도로써 후원해주신 장인어른, 장모님, 그리고 형님 감사드립니다.

마지막으로 이 부족한 남편 때문에 1년 동안 원주에서 지냈던.... 마누라... 그리고 나의 부족한 점들을 항상 멋지게 보완해주는 마누라.. 이미 알고 있겠지만. ^^; 마누라는 이 세상에서 하나님께서 나에게 주신 가장 큰 선물이야. 우리 하나님께서 기뻐하시는 가정을 이루며 주님께 영광 돌리는 가정되도록 노력해요.. 사랑합니다.

미처 이곳에 적지 못한 이들....
저의 부족한 기억력을 탓하시기를.. 모두들 감사했습니다.^^

2008년 12월
박 인 성

차 례

그림 차례 · iii
표 차례 · v
국문 요약 · vi
제1장 서론 · 1
제2장 재료 및 방법 · 3
2.1 다해상도 변환기법 · 3
2.1.1 웨이블렛 변환 · 3
2.1.1.1 이산 웨이블렛 변환 · 5
2.1.1.2 웨이블렛 영역의 영상 특성 · · · · · · · · · · · · · · · · · 7
2.1.2 가우시안-라플라시안 피라미드 · · · · · · · · · · · · · · · · · 8
2.1.2.1 가우시안 피라미드 · 9
2.1.2.2 라플라시안 피라미드 · 11
2.2 은닉 마코프 모형을 이용한 잡음제거 · · · · · · · · · · · · · · · 12
2.2.1 1차 이산 마코프 과정 · 12
2.2.2 은닉 마코프 모형의 정의와 세 가지 기본적인 문제 · · · · · · · · 14
2.2.3 은닉 마코프 모형의 세 가지 기본적인 문제의 해결방법 · · · · · · 16
2.2.3.1 평가 문제의 해결 방법 · · · · · · · · · · · · · · · · · · · 16
2.2.3.2 해독 문제의 해결 방법 · · · · · · · · · · · · · · · · · · · 21
2.2.3.3 학습 문제의 해결 방법 · · · · · · · · · · · · · · · · · · · 22
2.2.4 다해상도 영역 은닉 마코프 트리 모델 · · · · · · · · · · · · · 23
2.2.4.1 비가우시안성 획득 · 24
2.2.4.2 유지율성 획득 · 26
2.2.4.3 은닉 마코프 트리 파라메터 · · · · · · · · · · · · · · · · · 28
2.2.4.4 은닉 마코프 트리 알고리즘 · · · · · · · · · · · · · · · · · 29

2.2.5 다해상도 영역에서 은닉 마코프 트리 모델을 이용한 잡음 제거 · · 30
2.3 위너필터를 이용한 잡음제거 · 32
2.3.1 다해상도 영역에서의 위너필터 · · · · · · · · · · · · · · · · · · 32
2.4 다해상도 영역에서의 기존 잡음 제거 방법 · · · · · · · · · · · · · 34
2.4.1 웨이블렛 축소 · 34
2.4.2 잡음 표준편차 임계값 추정방식 · · · · · · · · · · · · · · · · · · 36
2.5 Anscombe's Transformation · 40
2.6 제안된 잡음제거 방법 · 41
3장 결과 및 고찰 · 44
3.1 웨이블렛 변환과 라플라시안 피라미드를 이용한 잡음제거 결과비교 · · 44
3.2 기존 잡음 제거 방식과 비교 · 48
3.3 Phantom 영상을 이용한 결과영상 비교 · · · · · · · · · · · · · · · 53
4장 결론 · 59
참고문헌 · 60
Abstract · 62

그림 차례

그림2-1 웨이블렛 변환결과 · 3
그림2-2 웨이블렛 변환, 쿼드트리 · · · · · · · · · · · · · · · · · · · 6
그림2-3 가우시안 피라미드를 생성하는 과정 · · · · · · · · · · · · · · · 9
그림2-4 가우시안 피라미드와 라플라시안 피라미드 결과 영상 · · · · · · 12
그림2-5 항아리 예제 · 15
그림2-6 비가우시안성 획득 · 25
그림2-7 웨이블렛 계수의 쿼드-트리 HMT 구조 · · · · · · · · · · · · · · 27
그림2-8 HMT 모델의 매듭 · 29
그림2-9 웨이블렛 계수 수축에 의한 잡음제거 기법 · · · · · · · · · · · · 35
그림2-10 제안된 잡음제거 방법 · 41
그림3-1 사용된 디지털 방사선 영상 · · · · · · · · · · · · · · · · · · 45
그림3-2 0.01 표준편차 잡음 추가된 영상 · · · · · · · · · · · · · · · · 46
그림3-3 웨이블렛 변환을 이용한 HMT-Wiener 방식의 결과영상 · · · · · 47
그림3-4 라플라시안 피라미드 변환을 이용한 HMT-Wiener 방식의 결과영상 47
그림3-5 영상 중 한 단면의 위치 (A) · · · · · · · · · · · · · · · · · 49
그림3-6 비교된 잡음제거 방식을 통한 결과영상 선 A의 단면 · · · · · · 50
그림3-7 0.02 표준편차 잡음 추가된 영상 · · · · · · · · · · · · · · · · 51
그림3-8 HMT 방식으로 잡음 제거한 영상 · · · · · · · · · · · · · · · · 51
그림3-9 위너 필터 방식으로 잡음 제거한 영상 · · · · · · · · · · · · · · 52
그림3-10 HMT-Wiener 방식으로 잡음 제거한 영상 · · · · · · · · · · · · 52
그림3-11 팬텀 원 영상 · 53
그림3-12 0.03 표준편차 잡음 추가된 팬텀영상 · · · · · · · · · · · · · · 54
그림3-13 HMT 방식으로 잡음 제거한 팬텀영상 · · · · · · · · · · · · · · 54

그림3-14 위너 필터 방식으로 잡음 제거한 팬텀영상 · · · · · · · · · · · 55
그림3-15 HMT-Wiener 방식으로 잡음 제거한 팬텀영상 · · · · · · · · · 55
그림3-16 팬텀영상 중 한 단면의 위치(B) · · · · · · · · · · · · · · · · · 56
그림3-17 원 영상과 잡음추가. 제거된 영상의 한 단면의 차이값 · · · · · 57
그림3-18 비교된 잡음제거 방식을 통한 결과영상 선 A의 단면 · · · · · 58

표 차례

표3-1 웨이블렛 변환과 가우시안-라플라시안 피라미드변환 방식의 시간비교 45
표3-2 웨이블렛 변환과 가우시안-라플라시안 피라미드변환 방식의 SNR비교 46
표3-3 잡음제거 방식의 SNR 비교 · 48
표3-4 영상 중 한 단면(A)를 비교하기 위해 제안된 수식 결과값 · · · · · 49
표3-5 영상 중 한 단면(B)를 비교하기 위해 제안된 수식 결과값 · · · · · 56

국 문 요 약

라플라시안 피라미드 구조 기반의 Hidden Markov Tree와 Wiener Filter를 이용한 디지털 방사선 영상 노이즈 감소에 관한 연구

본 연구에서는 디지털 방사선 영상에 라플라시안 피라미드 변환을 수행하고 그 결과값에 은닉 마코프 트리와 위너 필터를 사용하여 잡음을 제거하는 방식을 제안하였다. 가우시안 분포의 잡음을 제거하는 유용한 잡음제거 방식을 적용하기 위해 Anscombe's transformation을 이용하여 Poisson 분포의 잡음을 가우시안 분포 잡음으로 전환하였다. 라플라시안 영역에 대해 Median Absolute Deviation (MAD) 방식을 이용하여 잡음의 표준편차를 추정한다. 그리고 Training 과정에서 은닉 마코프 트리의 파라메터와 위너필터를 구하고 그 요소를 이용하여 잡음제거를 수행하였다.

웨이블렛 변환과 라플라시안 피라미드변환 방식을 이용한 제안한 방식의 처리시간은 32.97sec와 12.33sec으로 대략 1/3정도 줄어들었다. 그리고 가우시안 잡음을 첨가한 디지털 방사선 영상에 본 연구에서 제안한 라플라시안 피라미드 변환을 이용한 HMT-Wiener잡음 제거 방법과 은닉 마코프 트리방법과 위너필터방법의 SNR을 비교한 결과 2~6dB 정도 개선되었다. 실제 팬텀 디지털 방사선 영상에 대하여 제안된 잡음 제거 방법을 적용하고 복원한 결과 기존의 잡음제거 방법으로 복원이 안 된 해상도 부분이 복원되었으며 잡음제거로 인한 영상 블러링 현상이 개선됨을 알 수 있었다.

은닉 마코프 트리, 위너필터, 라플라시안 피라미드 변환,
Anscombe' transformation, Mean Absolute deviation

제 1 장 서 론

방사선 촬영술은 투영된 X-선에 의한 필름의 감광정도를 이용하여 아날로그 형태의 영상을 구성하는 촬영 방법이다. 1980년대 반도체 센서의 발달로 투영된 X-선을 직접 디지털 신호로 변환할 수 있게 되면서 방사선 촬영술은 디지털영상을 만들 수 있게 되었다[1,2]. 최근 수년간 의료 영상 기술들이 빠르게 디지털로 진화하면서 병원에 영상 저장 및 전송 시스템의 설치가 증가하여 비용과 효율 면에서 이득이 생겼고, 모든 영상 장비들이 영상 획득부터 진단 및 저장까지 하나의 처리 방법으로 통합되면서 방사선 촬영술도 디지털 영상으로 진화하였다[2].

디지털 영상 처리 방법들은 영상의 잡음제거 및 대조도를 강화하기 위해 방사선 촬영술에 많이 사용되어 왔다. 영상 잡음제거의 목적은 영상 획득, 처리시 주변 환경과 처리장치 등에서 오염된 영상으로부터 원래의 고유 영상신호를 정확히 복원함으로써 이후 영상처리 과정에서 사용되어질 고유 영상의 특징 추출을 효과적으로 하는데 있다. 전형적으로, 이것은 위너 필터링과 같이 선형처리에 의해 성취되어졌고, 최근 몇 년 동안 방대한 문헌에서 부가적인 백색 가우시안 잡음(White Gaussian Noise)의 설정 위에서 비선형 기술을 이용하여 영상 잡음을 제거하는 방법이 개발되었으며, 현재 활발히 연구되고 있다. 특히 다중 스케일 영상 처리 기법은 영상의 특징들이 각각 다른 스케일에서 나타나므로 영상의 구조들을 각각 다른 스케일에서 처리할 수 있다는 장점이 있고, 때문에 영상의 잡음제거방법에 많이 사용되고 있다. 대표적인 다중 스케일 방법으로는 라플라시안 피라미드와 웨이블릿을 이용한 방법이 있다[3,9,10,16]. Jacob은 웨이블렛 영역에서 위너 필터를 사용하여 잡음을 제거하는 기법을 제안하였다[4,5,11]. 이 방식은 계산량이 적어 처리속도가 빠르고, 잡음제거능력이 상당히 우수하다. 그러나 상당히 거칠게 잡음을 제거하고, 많은 양의 잡음이 첨가되었을 때에는 잡음제거 능력이 떨어짐을 확인하였다. 그리고 Donoho와 Johnstone은 웨이블렛 계수를 독립이거나 결합 가우시안과 같이 모델링하고 다해상도 계수를 Threshoding 혹은 Shrinkage하는 방법으로 영상 잡음을 제거하였다[6,7]. 이 작업은 minimax 관념에서 최적 근접특성을 가지

고 1차원 curve 추정의 시뮬레이션 연구 안에서 잘 수행하며 Besov 공간 안에서 대략화 함수를 통한 선형 방법보다 수렴률이 더욱 좋다. 그러나 이 모델은 웨이블렛 계수간의 의존성을 가지고 있기 때문에 많은 응용 분야에서 비현실적이다. 위와 같은 이유로, Crouse는 실제 영상에서 통계적 의존성과 비가우시안성 통계를 세밀하게 모델링하는 웨이블렛 영역 Hidden Markov Tree (HMT)모델을 개발하였다.[8]

본 연구에서는 웨이블렛 변환보다 상당히 빠른 처리속도를 갖는 라플라시안 피라미드 변환을 이용하였으며, 그 변환 후 생성된 계수를 이용하여 영상의 잡음 성분의 분산을 Median Absolute Deviation (MAD)를 이용하여 추정[12,13]하고, 이 추정된 영상의 잡음 성분의 분산을 이용하여 HMT 방식과 위너 필터를 이용하여 영상의 잡음을 제거 하는 방법을 제안하였다. 그리고 디지털 방사선 영상의 잡음이 Poisson 분산특성을 가지고 있어서 Anscombe's Transform을 사용하여 잡음의 분산특성을 가우시안 분산특성으로 변환 시킨 후 실험하였다[14]. 실험 결과, 웨이블렛 변환 방식을 이용한 제안한 방식의 처리시간은 32.97sec이었고, 라플라시안 피라미드 변환 방식을 이용한 제안한 방식의 처리시간은 12.33sec으로 대략 1/3정도 처리시간이 줄어듦을 확인할 수 있었다. 그리고 디지털 방사선 영상에 가우시안 잡음을 첨가한 영상에 대하여, 본 연구에서 제안한 라플라시안 피라미드 변환을 이용한 HMT-Wiener잡음 제거 방법의 Signal to Noise Ratio (SNR)이 기존의 잡음제거 방법으로 사용된 HMT방법과 위너 필터방법에 비해 약 2~6dB 정도 개선되었다. 실제 팬텀 디지털 방사선 영상에 대하여 제안된 잡음 제거 방법을 적용하고 복원한 결과 기존의 잡음제거 방법으로 복원이 안 된 해상도 부분이 복원되었으며 잡음제거로 인한 영상 블러링 현상이[3, 17] 개선됨을 알 수 있었다.

2장 재료 및 방법

2.1 다해상도 변환기법

본 절에서는 웨이블렛 변환과 라플라시안 피라미드의 이론과 특징들에 대하여 고찰하고자 한다[3].

2.1.1 웨이블렛 변환

웨이블렛 변환은 예전부터 신호처리와 영상처리 분야에서 많은 연구가 있어왔다. 웨이블렛 변환은 영상을 저주파 성분과 고주파 성분으로 나눔으로써 영상 분석, 영상 향상 등의 분야에서 널리 쓰이고 있다. 가장 많이 알려진 하아(Haar)변환이 있다. 하아변환의 처리결과는 그림2-1과 같다. 그림 2-1(a)는 원영상이고, 그림 2-1(b)는 하아변환을 1회 실시하여 4개의 대역으로 나누어져 표시된 영상이다.

(a) 원본 영상 (b) 결과 영상

그림 2-1 웨이블렛 변환결과

하아 변환은 하아 함수, $h_k(z)$를 가지고 변환한다. 이 함수는 연속이며 폐구간

인 $z \in [0,1]$ 상에서 정의되고 $k = 0,1,2,...,N-1$ 이고 $N = 2^n$ 이다. 첫 번째 단계로 k가 식 2-1과 같이 유일하게 분해되는가를 봐야한다.

$$k = 2^p + q - 1 \qquad (2\text{-}1)$$

식 2-1에서 p는 $0 \le p \le n-1$의 범위를 갖고, $p = 0$에 대하여 $q = 0$ or 1이다. 그리고 $p \ne 0$에 대하여 $1 \le q \le 2^p$ 인 조건이 성립하여야 한다. 이러한 조건을 갖고 하아 함수는 식 2-2와 식 2-3과 같이 정의 된다.

$$h_0(z) = h_{00}(z) = \frac{1}{\sqrt{N}},\ z \in [0,1] \qquad (2\text{-}2)$$

$$h_k(z) = h_{pq}(z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{cases} 2^{p/2} & (q-1)/2^p \le z < (q-0.5)/2^p \\ -2^{p/2} & (q-0.5)/2^p \le z < q/2^p \\ 0 & otherwise,\ z \in [0,1] \end{cases} \qquad (2\text{-}3)$$

4×4 변환행렬, H_4는

$$H_4 = \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}4)$$

이다. 이와 같은 방법으로 2×2 변환 행렬, H_2는

$$H_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}5)$$

이 된다. Quadrature Mirror Filter (QMF) 의 형태를 만족 시킬 수 있는 필터로써 QMF분석필터 $h_0(n), h_1(n)$의 계수는 각각 행렬 H_2의 첫 번째와 두 번째 열의 성분이다.

그림 2-1(b)에서 영상이 같은 해상도를 갖는 4장의 다른 영상으로 분해 된 것을 볼 수 있다. 가로와 세로, 그리고 대각선 방향으로 해당되는 고주파 영상을 갖고 있으며, 저주파 영역 또한 같은 해상도를 갖고 있기 때문에 부가적인 처리 없이 각 영역에 대한 처리를 할 수 있다는 장점이 있다.

2.1.1.1 이산 웨이블렛 변환

2차원 이산 웨이블렛 변환은 웨이블렛 함수 {ψLH, ψHL, ψHH}와 스케일링 함수 ϕLL의 천이와 팽창에 의해서 영상 x(s)=$L^2(R^2)$를 표현한다. 이들이 $L^2(R^2)$를 통한 직교 기저(orthonormal basis)형태로 천이와 팽창되어질 때 영상은 식 2-6과 같이 분해되어진다.[3]

$$x(s) = \sum_{k \in Z^2} u_{j_0,k} \Phi^{LL}_{j_0,k} + \sum_{b \in B} \sum_{j \geq j_0} \sum_{k \in Z^2} w^b_{j,k} \psi^b_{j,k}(s) \qquad (2\text{-}6)$$

$$\begin{cases} \Phi^{LL}_{j_0,k} := 2^j \Phi^{LL}(2^j \Phi^{LL}(2^j s - k) \\ \psi^b_{j,k} := 2^j \psi^b(2^j s - k) \\ b \in B := \{LH, HL, HH\} \end{cases}$$

LH, HL, HH는 웨이블렛 분해의 서브밴드라 표기하며, 스케일링 계수와 웨이블렛 계수의 각각 확장 계수는 식 2-7, 식 2-8과 같다.

$$u_{j_0,k} = \int_{s \in R^2} x(s) \Phi_{j_0,k}(s) ds \qquad (2-7)$$

$$w^b_{j,k} = \int_{s \in R^2} x(s) \psi^b_{j,k}(s) ds \qquad (2-8)$$

DWT 계수와 기저 함수의 인덱스는 표기를 효율적으로 하기 위해서 $w^b_{j,k} \rightarrow w_i$, $\psi^b_{j,k} \rightarrow \psi_i$ 와 같이 이용할 것이다.

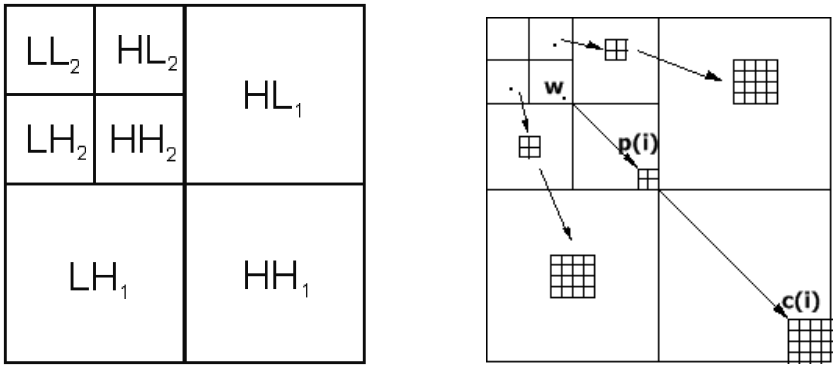


그림 2-2 웨이블렛 변환, 쿼드-트리

실제로 영상은 N×N grid로 이산화되며, 각 서브밴드에서 웨이블렛 계수 4^{j-1}과 각 스케일 장소의 스케일링 계수 4^{j-1}과 함께 최대 분해 레벨 $J=\log_2 N>j>=j_0$를 부과한다. N×N이산 영상을 통한 식 2-7, 식 2-8에서 스케일링 계수와 웨이블렛 계수 $n=N^2$은 O(n) 계산 안에서 2차원 분리 가능한 필터 뱅크를 이용하여 계산되어질 수 있다. 스케일 j장소의 웨이블렛 계수 $w_{j,k}^{b}$는 $2_k^j(k\in Z^2)$주위의 공간 영역 안에서 영상에 관한 정보를 나타낸다. 다음 스케일 j+1에 관한 정보는 $w_{j,k}^{b}$의 자식(child)이라 불리는 4개의 웨이블렛 계수에 의해 표현된다. 예를 들면, 이것은 그림2-2에 나타난 것과 같이 각각 3개의 서브밴드를 갖는 쿼드-트리구조를 이끌어 낸다. 이 구조에서 웨이블렛 계수는 트리안에서 노드와 마찬가지로 계수(w_i)를 DWT 트리로 나타난다. 또한 노드 i의 부모(parent)를 $\rho(i)$라 하고 자식을 $c(i)$라 표시한다.
이산 웨이블렛 변환은 천이 불변(shift invariant)이 아니다. 사실 영상에서 두 개의 다른 천이에 의한 웨이블렛 계수는 매우 다르고 이들 사이의 관계는 간단하지 않다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서는 n 픽셀 영상을 통한 웨이블렛과 스케일링 계수가 $N\times\log(N)$이 되는 천이 불변 웨이블렛 변환을 이용하였다.

2.1.1.2 웨이블렛 영역의 영상 특성

웨이블렛 변환은 진동하는 모(mother) 웨이블렛의 천이와 팽창된 기저함수에 의해 잘 분해된다. 웨이블렛 변환의 고유특성은 다음과 같다[5].

P1. 국부성 : 각 웨이블렛 계수는 공간과 주파수 안에서 영상 내용을 국부적으로 표현한다.
P2. 다중 해상도 : 웨이블렛 변환은 같은 스케일 내에서의 영상을 표현한다.
P3. 가장자리 검출성 : 웨이블렛으로 변환된 영상에서의 에지 위치는 각 레벨과 위치적으로 연관되어있고, 에지의 위치와 일치하는 장소에서 큰 웨이블렛 계수를 가진다.
P4. 에너지 다짐성 : 실제 영상의 웨이블렛 변환은 산재(sparse)하는 경향이 있다. 웨이블렛 계수는 에지가 웨이블렛의 범위내에 존재할 때 큰 값을 갖는다.
P5. 비상관성 : 웨이블렛 계수들은 서로 상관성 없는 경향을 가진다.

P1과 P2 특성은 3개의 서브밴드인 대각선, 수평, 수직 에지에 대한 웨이블렛 계수의 자연적인 배열을 이끌어낸다. 이들 서브밴드 각각은 쿼드-트리 구조를 가지고 있으며, 그림 2-2에서 보이는 것과 같이 하나의 스케일에서 영상의 분석 지역은 다음 스케일장소에서 4개의 보다 작은 지역으로 분할되어진다. P4특성은 다음 두 사실로부터 유도된다. 에지는 전형적인 영상의 매우 적은 부분으로 구성되어 있고, 웨이블렛 계수는 오직 에지가 웨이블렛의 제공 안에 존재한다면 크다. 따라서 단지 작은 웨이블렛 계수를 이용하여 영상을 밀접하게 대략화 할 수 있다. 마지막으로 비 상관관계 특성(P5)은 웨이블렛 계수 사이의 의존성이 지역에서 우세함을 의미한다.

고유특성은 자연적 영상의 웨이블렛 계수의 중요한 통계적인 구조를 주고, 다음과 같은 두 번째 특성을 집대성한다.

S1. 비가우시안성 : 웨이블렛 계수는 저주파에서 높은 값을 갖고 주파수가 증가함에 따라 급격히 감쇠한다.
S2. 유지율성 : 웨이블렛 계수의 크고 작은 값은 쿼드-트리의 스케일을 통하여 전파되는 경향이 있다.

비가우시안성은 에너지 다짐성(P4)으로부터 기인되고, 유지율성은 가장자리 검출성(P3)과 다중 해상도(P2) 특성으로부터 유도된다.

Romberg는 웨이블렛 영역 안에서 영상의 다음 세 번째 특성으로부터 유도되는 새로운 모델을 개발하였다. 이들 세 번째 특성은 1/f 스펙트럼에 의해서 일반화된 영상의 자기 유사성(self-similar) 성질을 반영한다.

T1. 실제 영상의 웨이블렛 계수 진폭은 스케일을 가로질러 지수적으로 감쇠한다.
T2. 크거나 작은 웨이블렛 계수 진폭의 유지율성은 보다 미세한 스케일에서 지수적으로 강력하다.

2.1.2 가우시안-라플라시안 피라미드

영상 처리를 수행함에 있어서, 영상 좌표 공간(spatial domain) 자체에서 처리하는 것뿐 만 아니라 주파수 공간(frequency domain)과 같이 공간을 변환하여 처리할 수 있다. 이러한 공간 변환의 목적은 영상을 보는 관점을 달리하여 목적하는 바를 달성하기 위함이다. 이 절에서는 이러한 공간 변환 방법 중에 Burt와 Adelson이 제안한 라플라시안 피라미드(Laplacian pyramid)를 설명한다[18].

라플라시안 피라미드는 다해상도 공간과 공간 주파수 대역 요소의 집합으로 구성된다. 여기서 다 해상도 공간은 가우시안 피라미드(Gaussina pyramid)로 구성되며, 공간 주파수 대역요소는 라플라시안 피라미드(Laplacian pyramid)로 구성된다. 이러한 구성 때문에 가우시안-라플라시안 피라미드라는 용어를 사용하기도 하는데 통상적으로 라플라시안 피라미드를 사용한다.

2.1.2.1 가우시안 피라미드

원본 영상 G_0의 각 화소는 해당위치의 밝기를 표현한다. 라플라시안 피라미드를 구축하는데 있어서 첫 번째 단계는 영상 G_1을 얻기 위해 원본 영상 G_0를 저역통과필터를 적용하고, 이 값을 G_1층에 해당 위치의 화소 값으로 사용한다. 이때 사용하는 저역통과 필터는 대칭적 가중치 함수와 회선(convolution)함으로써 얻어진다. 또한 이러한 방식으로 G_1에 대하여 G_2를 얻을 수 있다. 이렇게 연속적으로 각 층을 구성하면서 가우시안 피라미드를 생성한다. 이러한 과정을 그림으로 나타내면 그림 2-3와 같다.

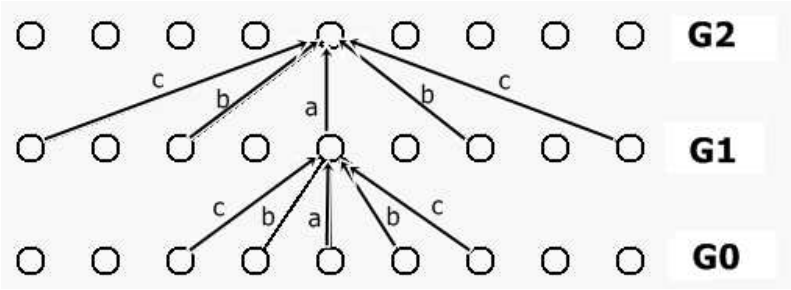


그림 2-3 가우시안 피라미드를 생성하는 과정

이렇게 G_{n-1}에서 G_n으로 층을 올리는 과정은 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$G_n = REDUCE(G_{n-1}) \qquad (2\text{-}9)$$

이는 다음과 같이 풀어 쓸 수 있다.

$$G_n(i,j) = \sum_{m=-2}^{2} \sum_{n=-2}^{2} w(m,n) G_{n-1}(2i+m, 2j+n) \qquad (2\text{-}10)$$

여기서 가중치 함수 $w(\bullet)$는 가우시안 확률 분포와 비슷한 분포이다. 이 함수는 일반적으로 5×5윈도우를 이용한다. Burt 와 Adelson이 정의한 이 가중치 함수는

생성 커널(generating kernel)이라고 부른다. 이 커널은 몇 가지 제약 조건을 갖고 있다.

$$w(m,n) = w'(m) * w'(n)$$
$$\sum_{i=-2}^{2} w'(i) = 1 \qquad (\text{정규화}) \qquad (2-11)$$
$$w'(i) = w'(-i) \qquad (\text{대칭성})$$

마지막으로, 동등 기여(equal contribution)가 있다. 이는 모든 노드가 상위층 노드에 동일한 가중치(=1/4)를 기여하도록 해야 한다. 다음과 같다고 했을 때,

$$w'(0) = a$$
$$w'(1) = w'(-1) = b \qquad (2-12)$$
$$w'(2) = w'(-2) = c$$

그 동등한 기여도를 만족하려면,

$$a + 2c = 2b \qquad (2\text{-}13)$$

의 관계를 가져야된다. 이는 다음과 같은 조건을 만족할 때 앞에서 언급한 제약조건을 만족한다.

$$w'(0) = a$$
$$w'(1) = 1/4 \qquad (2-14)$$
$$w'(2) = 1/4 - a/2$$

일반적으로 a의 값으로는 0.4를 이용한다. 본 실험에서는 [w(-2),w(-1),w(0), w(1),w(2)] 즉, [0.05, 0.25, 0.4, 0.25, 0.05]의 필터를 사용하였다.

2.1.2.2 라플라시안 피라미드

지금까지 다해상도 공간을 생성하는 과정을 설명하였다. 이제부터는 공간 주파수 대역요소, 즉 라플라시안 피라미드를 설명하고자 한다. 라플라시안 피라미드를 설명하기에 앞서 REDUCE의 역으로써 EXPAND함수를 다음과 같이 정의한다.

$$G_{n,\uparrow} = \mathrm{EXP}AND(G_n) \qquad (2\text{-}15)$$

이는 다음과 같이 풀어 쓸 수 있다.

$$G_{n,\uparrow} = 4\sum_{m=-2}^{2}\sum_{n=-2}^{2} w(m,n)G_n\left(\frac{i-m}{2},\frac{j-n}{2}\right) \qquad (2\text{-}16)$$

라플라시안 피라미드의 각 층, L_n은 다음과 같이 생성하게 된다.

$$L_n = G_n - \mathrm{EXP}AND(G_{n+1}) \qquad (2\text{-}17)$$

위 식에서, L_n은 해당 층의 해상도 영상과 상위 층의 영상과의 차이를 기술하고 있다. 따라서 L_n과 G_{n+1}을 알고 있다면 거꾸로 G_n을 쉽게 계산한다. 이 과정을 복원 과정이라 한다. 그림 2-5는 이렇게 해서 산출된 예제 영상을 보여준다. 그림 2-4에서 G0에 해당하는 영상은 원 영상이다. 라플라시안 분석과정은 원 영상을 가지고 가우시안 커널을 통과하면서 다운샘플링을 한다. 그 다운 생플린된 영상을 다시 업 샘플링을 하여 원 영상과의 차이로써 L1에 해당하는 라플라시안 영상을 구한다. 다음 레벨 분석과정은 가우시안 커널을 통과시키고, 다운 샘플링한 영상을 위와 같이 반복하면서 L2, L3의 라플라시안 영상을 구한다. 라플라시안 합성과정은 최종적으로 남은 영상을 업 샘플링을 하고, 가우시안 커널을 통과시킨 후 저장되어 있던 라플라시안 영상과 더한다. 그리고 그 영상을 위의 합성과정을 반복하

면서 최종 원 영상을 구한다.

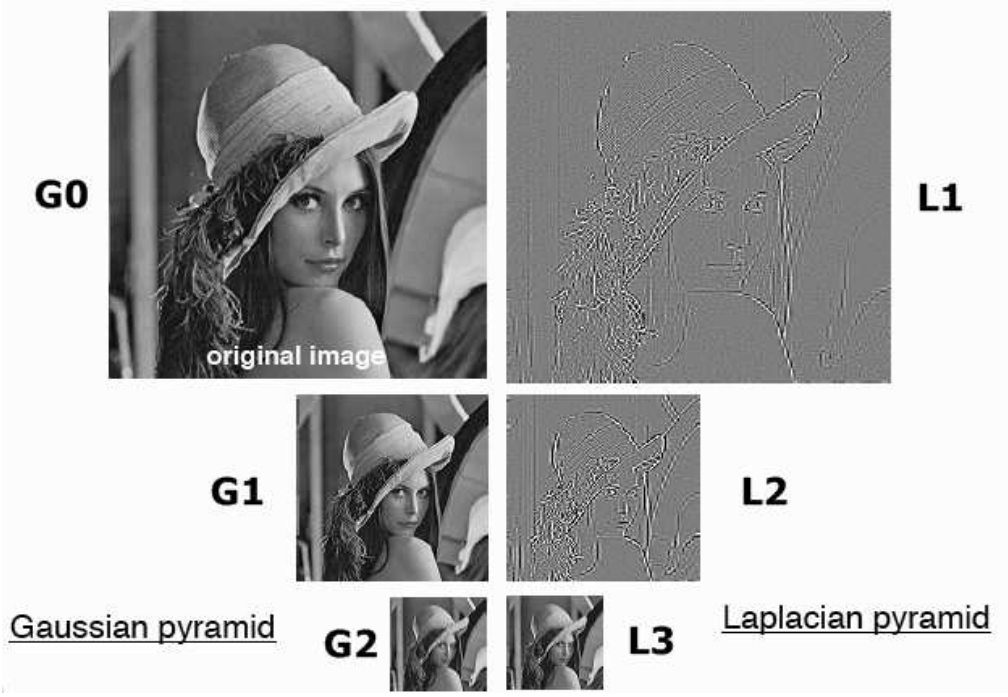


그림2-4. 가우시안 피라미드와 라플라시안 피라미드 결과 영상

2.2 은닉 마코프 모형을 이용한 잡음제거

본 절에서는 마코프의 정의와 은닉 마코프 트리의 문제해결방법에 대해서 정리를 하고 다해상도 영역에서 은닉 마코프 트리 모델설정 및 알고리즘에 대하여 고찰하고자 한다[15].

2.2.1 1차 이산 마코프 과정

마코프 과정이란, 현재 상태에서 다음 상태로의 예측은 오르지 이전 n개의 상태

에만 의존하여 이루어지는 과정을 말한다. 즉 1차 마코프 과정은 현재의 상태가 오로지 바로 전 단계의 상태에만 의존한다. 이것을 식 2-40으로 정의할 수 있다. 시점을 t라고 할 때, 각 시점에서의 상태를 $S_0, S_1, S_2, \dots, S_t$라 하면,

$$P(S_{t+1} = s \mid S_0, S_1, S_2, \dots, S_t) = P(S_{t+1} = s \mid S_t) \qquad (2\text{-}40)$$

이고 이 때 우변을 상태 전이 확률 (State transition probability)이라고 부른다. 즉, 상태 전이 확률은

$$a_{ij} = P(S_{t+1} = s \mid S_t), \quad 1 \le i, j \le N$$
$$a_{ij} \ge 0$$
$$\sum_{j=1}^{N} a_{ij} = 1$$

이다. 한 가지 예를 들어 보면, 다음과 같이 상태가 3가지인 날씨 모형을 생각하자.

{상태1 : 비 , 상태2 : 흐림 , 상태3 : 맑음}

여기서 날씨를 하루에 한 번씩 관찰하여 상태 전이 확률을 구할 수 있다.

$$A = a_{ij} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$$

첫째 날(t=1) 맑음이 관측되었다가 가정하면, 그 다음 4일 동안 (맑음-비-흐림-맑음)이 일어날 확률을 구해보자. 우선 상태 집합을 Q={S3,S3,S1,S2,S3}로 정의하고, 첫째 날 맑음이 될 확률은 각 상태들이 일어날 확률을 동일하게 보면

$$\Pi_1 = P(S_1) = \frac{1}{3}$$

과 같다. 결국 우리가 원하는 질문의 답은 다음과 같이 구할 수 있다. 관측열을 O={맑음, 맑음, 비, 흐림, 맑음}으로 정의하면,

$$\begin{aligned} P(O \mid wheather) &= P(S_3, S_3, S_1, S_2, S_3 \mid wheather) \\ &= P(S_3) \times P(S_3 \mid S_3) \times P(S_3 \mid S_1) \times P(S_1 \mid S_2) \times P(S_2 \mid S_3) \\ &= \pi_3 \times a_{33} \times a_{31} \times a_{12} \times a_{23} \\ &= \frac{1}{3} \times 0.6 \times 0.2 \times 0.1 \times 0.3 \\ &= 0.0012 \end{aligned}$$

그런데 어떤 경우에는 우리가 알고자 하는 정보를 마코프 과정으로부터 얻지 못할 수가 있다. 앞의 날씨 예와 같은 경우는 비, 흐림, 맑음의 상태들을 알지 못하고 단지 상태들과 관계있는 습도나 구름의 양 등만을 관찰할 수 있다고 가정해보자. 이 때 그러한 관찰 가능한 정보로부터 은닉되어있는 정보, 즉 날씨 상태를 알 수 있게 하는 모형이 은닉 마코프 모형이다.

2.2.2 은닉마코프 모형의 정의와 세 가지 기본적인 문제

은닉 마코프 모형은 관찰 사상의 수열의 통계절차와 은닉된 통계 절차로 이루어진 이중의 통계절차과정이다. 즉, 은닉 마코프 모형은 관찰 가능한 사상을 통해 관찰할 수 없는 은닉된 상태를 추정할 수 있게 한다. 우선, 다음의 표기를 사용하여 은닉 마코프 모형의 요소를 정의할 필요가 있다.

T: 관측된 시간
N: 상태의 수
M: 관찰 가능한 사상의 수
$Q = \{q_1, q_2, q_3, \cdots, q_N\}$: 상태 집합
$V = v_1, v_2, v_3, \cdots, v_M$: 관찰 가능한 사상의 집합

$A = a_{ij}$: 상태 전이 확률

$a_{ij} = P(q_{t+1} = S_j | q_t = S_i)$, $1 \le i, j \le N$

$B = b_j(k)$: 상태 j에서의 관찰 사상 확률 분포

$b_j(k) = P(v_t = O_k | q_t = S_j)$, $1 \le j \le k$, $1 \le k \le M$

$\pi = \pi_i$: 초기상태 확률분포, $\pi_i = P(q_1 = S_i)$, $i = 1, 2, ..., N$

이상의 요소를 종합하여 은닉 마코프 모형을 $\lambda = \{A, B, \pi\}$라고 표기한다.

은닉 마코프 모형의 상태와 사건에 대한 자세한 개념 설명을 위하여 상태를 항아리 안의 구슬의 색깔에 비유하여 아래 그림과 같이 표현하였다.

P(빨간색공)=b1(1)
P(파란색공)=b1(2)
P(초록색공)=b1(3)
P(노란색공)=b1(4)

P(빨간색공)=b2(1)
P(파란색공)=b2(2)
P(초록색공)=b2(3)
P(노란색공)=b2(4)

P(빨간색공)=b3(1)
P(파란색공)=b3(2)
P(초록색공)=b3(3)
P(노란색공)=b3(4)

그림 2-5 항아리 예제

N은 항아리의 수 3이며, 빨간색, 파란색, 초록색, 노란색의 4가지 색깔의 구슬이 각 항아리에 담겨 있다. M은 각 구슬의 색깔 수로써 4가 된다. 그러면 N개의 항아리에서 초기 확률 분포에 의해 항아리를 랜덤으로 선택한다. 그리고 그 곳에서 하나의 구슬을 꺼내 색깔을 기록한 뒤 다시 그 항아리에 집어넣는다. 현재의 항아리에서 상태 전이 확률을 적용하여 다른 새로운 항아리를 선택한다. 그리고 앞에서처럼 구슬을 꺼내 색깔을 기록한 후 다시 집어넣는다. 위와 같은 과정을 T만큼 반복한다면 관측 결과가 순차적으로 기록된다. 즉 구슬의 색깔이 관측 사상의 수열이 되며, 항아리가 은닉 되어진 상태가 된다.

은닉 마코프 모형의 실제 적용을 위해서는 다음 세 가지 기본적인 문제를 해결해야 된다.

문제1: 평가문제(Evaluation Problem)

관찰 사상의 수열 $O = O_1, O_2, \dots, O_T$와 모형 $\lambda = \{A, B, \pi\}$가 주어졌을 때, P(O|λ)을 계산하는 문제.

문제2: 해독문제(Decoding Problem)

관찰 사상의 수열 $O = O_1, O_2, \dots, O_T$와 모형 $\lambda = \{A, B, \pi\}$가 주어졌을 때, 최대우도의 상태 수열 $Q=q_1,q_2,\dots,q_T$을 찾는 문제

문제3 : 학습문제(Learning Problem)

P(O|λ)가 최대값을 갖도록 $\lambda = \{A, B, \pi\}$의 모수들을 추정하는 문제

문제1의 경우 전향 알고리즘(forward algorithm)이나 후향 알고리즘(backward algorithm)을 이용하여 해결하며, 문제2는 비터비 알고리즘(Viterbi algorithm)으로, 문제3은 보움-웰치 알고리즘(Baum-Welch algorithm)으로 해결한다.

2.2.3 은닉마코프 모형의 세가지 기본적인 문제의 해결 방법

2.2.3.1 평가 문제의 해결 방법

상태 수열 $Q = q_1, q_2, \dots, q_T$이 고정되어 있다고 가정해 보자. 그렇다면 상태수열이 발생할 식 2-41과 같다.

$$P(O \mid Q, \lambda) = b_{q_1}(O_1) \cdot b_{q_2}(O_2) \cdot \cdot \cdot b_{q_t}(O_T) \qquad (2\text{-}41)$$

그리고 주어진 모형 하에 상태 수열이 일어날 확률은,

$$P(Q \mid \lambda) = \pi_{q_1} a_{q_1 q_2} a_{q_2 q_3} \cdot \cdot \cdot a_{q_{T-1} q_T}$$

이다. 한 시점에서의 관찰 사상 O와 상태 Q의 결합 확률은 O와 Q가 동시에 발생되므로 서로 독립적이다. 따라서 식 2-42와 같이 나타낸다.

$$P(O,Q|\lambda) = P(O|Q,\lambda)P(Q|\lambda) \qquad (2\text{-}42)$$

그러므로 주어진 모형 하에 O가 일어날 확률은 O와 Q의 결합 확률의 합으로 식 2-43과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} P(O|\lambda) &= \sum_{all\,Q} P(O|Q,\lambda)P(Q,\lambda) \qquad (2\text{-}43) \\ &= \sum_{q_1,q_2,\cdots,q_T} \pi_{q_1} b_{q_1}(O_1) a_{q_1 q_2} b_{q_2}(O_2) \cdot\cdot\cdot a_{q_{T-1}} b_{q_T}(O_T) \end{aligned}$$

위의 식을 이용하여 P(O|λ)를 계산할 경우 $(2T-1)N^T$개의 곱셈과 N^T-1개의 덧셈이 필요하다. 따라서 좀 더 효율적인 계산을 하기 위해 전향 혹은 후향 알고리즘이 사용된다.

(a) 전향 알고리즘(forward algorithm)

주어진 모형 하에 t번째 까지 관찰 사상의 수열이 발생하고 상태가 S_i에 도달할 확률을 다음과 같이 정의한다.

$$a_t(i) = P(O_1, O_2, \ldots, O_t,\ q_t = S_i \mid \lambda)$$

그러면 $a_t(i)$는 다음과 같이 반복적으로 수행하여 구한다.

- 초기화 : $a_1(i) = \pi_i b_i(O_1) \quad 1 \le i \le N$
- 반복 수행 : $a_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^{N} a_t(i) a_{ij}\right] b_j(O_{t+1}) \quad 1 \le t \le T-1,\ 1 \le j \le N$
- 종료 : $P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^{N} a_T(i)$

위와 같은 전향 알고리즘의 계산 량은 N(N+1)(T-1)+N번의 곱셈과 N(N-1)(T-1)번의 덧셈만 하면 되므로 계산량이 감소한다.

예를 들면, $\{S_1, S_2, S_3\}$의 세 가지 상태와 {X,Y,Z}의 세 가지 관측 가능한 경우가 있다고 하자. 그리고 각 상태의 초기값은 각각{1/2,1/2,0}으로 가정하고, 상태 전이 확률과 관찰 사상 확률분포를 다음과 같이 정의하자.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

만약 관측 사상의 수열이 {X,X,Z}로 관측되었다면 주어진 모형 하에 이 수열이 나올 확률은 식 2-44와 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} P(O|\lambda) = {} & P(X,X,Z|S_1,S_1,S_1) + P(X,X,Z|S_1,S_1,S_2) \\ & + \cdots P(X,X,Z|S_3,S_3,S_3) \end{aligned} \qquad (2\text{-}44)$$

에서 보듯 3^3-1의 덧셈이 필요하며, 각 덧셈의 항들을 계산하는데 식 2-45를 수행한다.

$$\begin{aligned} P(X,X,Z|S_1,S_1,S_1) = {} & P(X|S_1)P(X|S_1) \\ & \times P(S_1)P(S_1|S_1)P(S_1|S_1) \\ & \vdots \end{aligned} \qquad (2\text{-}45)$$

그러므로 식 2-45를 계산하기 위해서는 (2*3-1)*3^3만큼의 곱셈이 필요하다. 전향 알고리즘을 사용하면, 초기화 단계에서는 식 2-46을, 반복 단계에서는 식 2-47을 각각 구한다.

$$\alpha_1(1) = \pi_1 b_1(X) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \qquad (2\text{-}46)$$
$$\alpha_1(2) = \pi_2 b_2(X) = \frac{1}{2} \times 0 = 0,$$
$$\alpha_1(3) = \pi_3 b_3(X) = 0 \times \frac{1}{2} = 0.$$

$$\alpha_2(1) = \left(\sum_{i=1}^{3} \alpha_1(i)\alpha_{i1}\right) b_1(X) = \left(\frac{1}{4} \times 0 + 0 \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{2} = 0 \qquad (2\text{-}47)$$
$$\alpha_2(2) = \left(\sum_{i=1}^{3} \alpha_1(i)\alpha_{i2}\right) b_2(X) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + 0 \times 0 + 0 \times \frac{2}{3}\right) \times 0 = 0$$
$$\vdots$$
$$\alpha_3(3) = \left(\sum_{i=1}^{3} \alpha_3(i)\alpha_{i3}\right) b_3(Z) = \left(0 \times \frac{1}{3} + 0 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \times \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{72}$$

따라서 $P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^{3} \alpha_T(i) = 0 + 0 + \frac{1}{72} = \frac{1}{72}$가 된다. 그러므로 전향 알고리즘을 사용하면 계산량이 감소한다. 전향 알고리즘과 유사한 방법으로 후향 알고리즘도 정의 할 수 있다.

(b) 후향 알고리즘(backward algorithm)

주어진 모형과 t시점에서 상태 Q_i가 발생하고, t+1시점에서부터 마지막 시점까지 관찰 사상의 수열이 발생할 확률, $\beta_t(i)$를 다음과 같이 정의한다.

$$\beta_t(i) = P(O_{t+1}, O_{t+2}, \ldots, O_T | q_t = Q_i, \lambda)$$

그러면 $\beta_t(i)$는 식 2-48의 반복수행을 통해 구한다.

$$\text{– 초기화 : } \beta_T(i) = 1 \qquad 1 \le i \le N \qquad (2\text{-}48)$$
$$\text{– 반복 수행 : } \beta_t(i) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j),$$
$$t = T-1, T-2, \cdots, 1. \quad 1 \le i \le N.$$

예를 들어, $\{S_1, S_2\}$의 두 가지 상태와 {X,Y}의 두 가지 관측 가능한 경우가 있다고 하자. 그리고 각 상태의 초기값은 각각{1/2,1/2}으로 가정하고, 상태 전이 확률과 관찰 사상 확률분포를 다음과 같이 정의하자.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

만약 관측 사상의 수열이 {X,X,Y,Y}로 관측되었다면 주어진 모형 하에 이 수열이 나올 확률은 식 2-49와 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} P(O|\lambda) = {} & P(X,X,Y,Y|S_1,S_1,S_1,S_1) + P(X,X,Y,Y|S_1,S_1,S_1,S_2) \\ & + \cdot\cdot\cdot\ P(X,X,Y,Y|S_2,S_2,S_2,S_2) \end{aligned} \qquad (2\text{-}49)$$

에서 보듯 2^4-1의 덧셈이 필요하며, 각 덧셈의 항들을 계산하는데 식 2-50을 수행한다.

$$\begin{aligned} P(X,X,Y,Y|S_1,S_1,S_1,S_1) = {} & P(X|S_1)P(X|S_1)P(Y|S_1)P(Y|S_1) \\ & \times P(S_1)P(S_1|S_1)P(S_1|S_1)P(S_1|S_1) \\ & \vdots \end{aligned} \qquad (2\text{-}50)$$

그러므로 식 2-45를 계산하기 위해서는 (4*3-1)*2^4만큼의 곱셈이 필요하다. 후향 알고리즘을 쓰면, 초기화 단계에서는 식 2-51을, 반복 단계에서는 식 2-52를 각각 구한다.

$$\beta_4(1) = 1 = \beta_4(2) \qquad (2\text{-}51)$$

$$\beta_3(1) = \left(\sum_{j=1}^{2} A_{1j} b_j(Y)\beta_4(j)\right) = \left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 1 + \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 1\right) = \frac{1}{2} \qquad (2\text{-}52)$$

$$\beta_3(2) = \left(\sum_{j=1}^{2} A_{2j} b_j(Y)\beta_4(j)\right) = \left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 1 + \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 1\right) = \frac{1}{2}$$

$$\vdots$$

이와 같이 수식을 전개하여 $P(O|\lambda)$를 구하고, 후향 알고리즘을 사용하면 계산량이 감소하는 것을 볼 수 있다.

2.2.3.2 해독문제의 해결방법

해석문제는 비터비 알고리즘(Viterbi algorithm)을 통해 해결한다. 비터비 알고리즘은 주어진 관찰 사상의 수열 하에 가장 높은 확률을 갖는 상태 수열을 찾는 방법으로 식 2-53과 같이 $\beta_t(i)$의 정의가 필요하다.

$$\delta_t(i) = \max_{q_1, q_2, \cdots q_{t-1}} P(q_1, q_2, \cdots q_t = i,\ O_1, O_2, \cdots, O_t|\lambda) \qquad (2\text{-}53)$$

그러면 다음과 같은 반복 수행을 통해 구한다.

- 초기화 단계

$$\delta_1(i) = \pi_i b_i(O_1), \quad 1 \le i \le N$$
$$\psi_1(i) = 0$$

- 반복 단계

$$\delta_t(j) = \max_{1 \le i \le N}[\delta_{t-1}(i)a_{ij}]b_j(O_t), \ \ 2 \le t \le T, 1 \le j \le N$$
$$\psi_t(j) = \arg\max_{1 \le i \le N}[\delta_{t-1}(i)a_{ij}], \qquad 2 \le t \le T, 1 \le j \le N$$

- 종료 단계

$$P^* = \max_{1 \le i \le N}[\delta_T(i)]$$
$$q_T^* = \arg\max_{1 \le i \le N}[\delta_T(i)]$$

– 경로 역 추정 단계

$$q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*),\ t = T-1, T-2, \cdots, 1$$

2.2.3.3 학습문제의 해결방안

보움-웰치 알고리즘(Baum-Welch algorithm)을 사용한다.

본 실험에서는 보움-웰치 알고리즘을 이용하여 잡음제거에 필요한 은닉 마코프 트리의 파라메터를 구한다.

t시점에서 상태가 S_i에 있고 t+1시점에서 상태가 S_j로 전이될 확률 $\xi_t(i,j)$은,

$$\xi_t(i,j) = P(q_t = S_i, q_{t+1} = S_j | O, \lambda) \qquad (2\text{-}54)$$

로 쓸 수 있다. 그러면

$$\xi_t(i,j) = \frac{P(\alpha_t(j) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{P(O|\lambda)}$$

가 된다. 그리고 $\gamma_t(i)$를 다음과 같이 정의한다.

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^{N} \xi_t(i,j)$$

그러면 $\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)$는 상태 S_i로부터 다른 상태로 전이되는 기대횟수를 나타내고, $\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i,j)$는 상태 S_i로부터 S_j로 전이되는 기대횟수를 나타낸다. 위의 공식들을 사용하여 우리는 은닉 마코프 모형의 모수들을 다음과 같이 재추정식에 의해 구한다.

$$\overline{\pi_i} = \gamma_1(i) \qquad (2\text{-}55)$$

$$\overline{a_{ij}} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}$$

$$\overline{b_j(k)} = \frac{\sum_{t=1, O_t=k}^{T} \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_t(j)}$$

초기 모형을 $\lambda = \{A, B, \pi\}$, 재추정 결과 구해진 모형을 $\lambda = \{\overline{A}, \overline{B}, \overline{\pi}\}$라고 하면,

$$P(O \mid \overline{\lambda}) > P(O \mid \lambda)$$

가 되고 위의 과정을 반복하면 주어진 모형의 가장 적합한 모수들을 구한다. 위의 재추정 공식은 보움의 보조함수를 최대화함으로써 직접적으로 구할 수 있다. 바움의 보조 함수는 식 2-56와 같이 정의한다.

$$Q(\lambda, \overline{\lambda}) = \sum_{Q} P(Q \mid O, \lambda) \log\left[p(O, Q \mid \overline{\lambda})\right] \qquad (2\text{-}56)$$

재추정 공식은 EM 알고리즘으로 해석 될 수 있다. E 단계(expectation step)는 보조함수 $Q(\lambda, \overline{\lambda})$을 계산하는 것이고, M 단계(modification step)는 보조함수를 최대화해서 $\overline{\lambda}$을 찾는 과정과 같다.

2.2.4 다해상도 영역 은닉 마코프 트리 모델

다해상도 변환의 두 번째 특성 S1과 S2에 일치하는 실제 영상의 다해상도 영역 구조에 관한 개념은 Crouse의해 소개되어졌고, 이번 장에서 재검토되어질 HMT

모델은 이들 속성을 명확하게 획득 할 것이다[8]. HMT 모델은 다해상도 계수의 비가우시안성 특성(S1)을 획득하기위해 계수가 크거나 작음을 나타내는 은닉 상태를 이용하여 가우시안 혼합 밀도와 같이 주변 확률밀도 함수를 모델링한다. 또한 다해상도 계수사이의 의존성을 잡아내기 위해서 HMT는 은닉 상태사이의 Markovian 의존성을 모델링하는 확률적 트리를 이용한다. 이 그래프는 유지율성 특성(S2)을 이용하여 밑의 자식을 각각의 부모에 연결한다.

2.2.4.1 비가우시안성 획득

실제 영상은 저주파 신호가 고주파 신호보다 많은 양을 차지하기 때문에 다해상도 변환을 하면 저주파 다해상도 계수값 자체는 크고, 그 개수는 일반적으로 적다. 그리고 고주파 다해상도 계수 값은 작은 반면 그 개수는 많다는 사실에 근거한다. 다해상도 계수 w_i의 주변 분포를 가우시안 혼합 모델로 대략화 할 수 있다. 가우시안 혼합 모델은 발견되지 않는 은닉 상태 변수 $S_i \in \{S, L\}$와 각 w_i의 연관성에 의해 모델링된다. 이것은 혼합모델 안에서 두 요소를 가리키는 S_i의 값은 계수(w_i)를 일반화 한 것이다. 만약 가우시안 확률밀도 함수 (pdf: probability density function)를 식 2-57과 같이 표시하면

$$g(x;\mu,\sigma^2) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \qquad (2\text{-}57)$$

상태 S는 그림 2-6(a)에서 볼 수 있듯이 zero-mean, low-variance 가우시안 pdf은 식 2-58와 같으며

$$f(w_i \mid S_i = S) = g(w_{i;} 0, \sigma^2_{S;i}), \qquad (2\text{-}58)$$

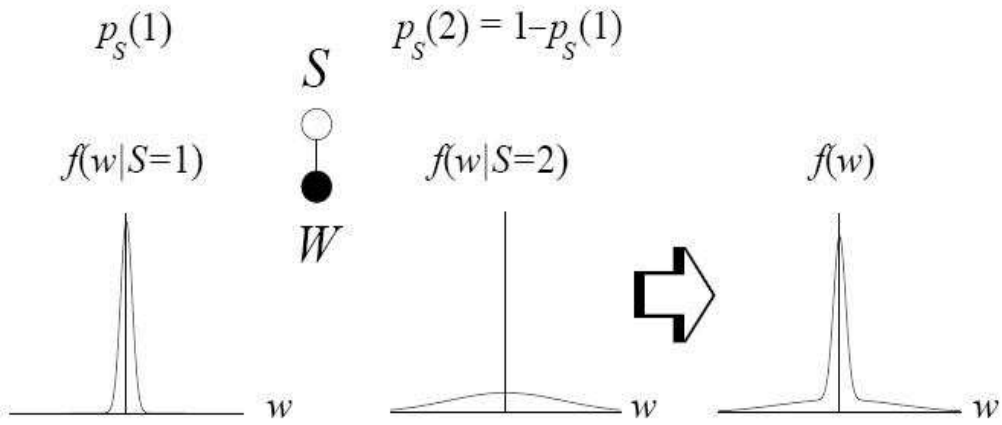
상태 L은 그림 2-6(b)에서 나타낸 것처럼 $\sigma^2_L > \sigma^2_S$와 함께 zero-mean,

high-variance 가우시안 pdf와 일치하고 식 2-59와 같이 나타낸다.

$$f(w_i|S_i = L) = g(w_{i;}0, \sigma^2_{L;i}), \qquad (2\text{-}59)$$

주변 확률밀도함수 $f(w_i)$는 2-6(c)에서 볼 수 있듯이 조건부 밀도의 $p_i^S = 1 - p_i^L$과 함께 convex 결합에 의해 식 2-60과 같이 구한다.

$$f(w_i) = p_i^S g(w_{i;}0, \sigma^2_{S;i}) + p_i^L g(w_{i;}0, \sigma^2_{L;i}) \qquad (2\text{-}60)$$



(a) (b) (c)

그림 2-6 비가우시안성 획득 (a) : zero-mean, low variance 가우시안 pdf
(b) : zero-mean, high variance 가우시안 pdf
(c) : 모델 pdf

S_i를 위한 확률 밀도함수의 상태 값을 식 2-61이라고 하자.

$$p_{S_i} = \begin{bmatrix} p_i^S \\ p_i^L \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}61)$$

p_i^S와 p_i^L은 다해상도 계수w_i가 각각 통계적 개념 안에서 작거나 클 확률이다. 독립 가우시안 혼합 모델 (IM:Independent Gaussian Mixture Model)은 각 다해상도 계수를 통해서 $\{p_i^L, \sigma_{S;i}^2, \sigma_{L;i}^2\}$에 의해 파라메터 되어진다.

다해상도 계수는 자주 zero-mean 일반화된 가우시안 분포(GGD : Generalized Gaussian distribution)로부터의 실현과 같이 모델링 된다. 실제로 GGD는 가우시안 혼합보다 다해상도 계수의 주변 밀도를 정확하게 모델링한다. 그러나 위에서 언급한 가우시안 혼합모델은 더욱더 많은 은닉 상태의 부가에 의해서 일반화된 가우시안 밀도를 잘 근사할 수 있다. 물론 모델에서 상태의 수가 증가되면 계산적으로 복잡화되고 신뢰성도 적어진다. 오직 두 상태를 이용하여 매우 근접한 주면 히스토그램이 일치함을 알 수 있다. 이것은 일반화된 가우시안 모델을 통한 대략화와 같이 이 두 상태 혼합 모델이라 할 수 있고, 다해상도 계수 사이의 의존성을 획득하기 위해 충분히 현실적이다. 가우시안 모델의 고유 이득은 다해상도 계수사이의 의존성을 편리하게 모델링하기 위한 구조를 설정한다. 비록 독립성은 다해상도 계수의 구조를 통해 이치에 맞게 1차 근사값으로 하지만, 중요한 이득은 계수사이의 의존성모델링을 통해 실현된다.

2.2.4.2 유지율성 획득

두 번째 특성 S2는 기대되는 다해상도 계수의 크기가 계수에 대한 부모의 크기와 밀접하게 연관된다는 것을 말한다. 이것은 다해상도 계수의 확률이 크거나 작을 확률은 부모의 다해상도 크기에 영향받고 다해상도 상태사이가 Markovian 관계의 형태를 암시한다. HMT는 1차 Markov 특성과 같이 의존성을 모델링한다.
HMT는 각 다해상도 자식에 대한 은닉 상태 변수와 계수의 은닉 상태 변수를 연결하는 확률 트리를 이용하여 이들 의존성을 획득한다. 이것은 그림 2-7에서 볼 수 있듯이 같은 쿼드-트리 형태를 같은 다해상도 중 웨이블렛 계수와 같이 의존성을 이끌어 낸다. 각 서브밴드는 그것 자신의 쿼드-트리와 함께 표현되어지며 독립적이라고 가정한다.

각 부모와 자식 상태 사이의 링크는 $p_i^{S\to L}=1-p_i^{S\to S}$, $p_i^{L\to S}=1-p_i^{L\to L}$과 함께 상태 천이 행렬(state transition matrix)을 식 2-62와 같이 나타낸다.

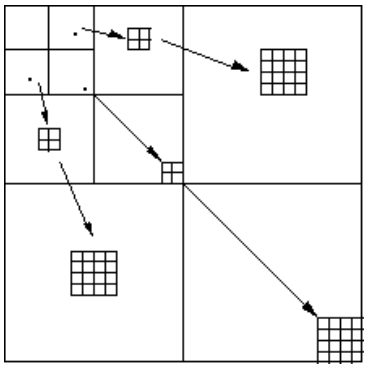


그림 2-7 웨이블렛 계수의 쿼드-트리 HMT 구조

$$A_i=\begin{bmatrix} p_i^{S\to S} & p_i^{S\to L} \\ p_i^{L\to S} & p_i^{L\to L} \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}62)$$

파라메터 $p_i^{S\to S}(p_i^{L\to L})$는 다해상도 계수 w_i의 부모가 작(크)다는 것이 주어졌을 때 그것의 자식 또한 작(크)다는 확률을 persistency 확률이라 하고 $p_i^{L\to S}$와 $p_i^{S\to L}$을 novelty 확률이라 부른다. novelty 확률은 상태 값이 하나의 스케일에서 다음 스케일까지 변화될 확률을 의미한다. 트리를 통해서 전달되는 다해상도 계수가 작고 큰 값을 가지는 것은 novelty 보다 persistence를 더 요구한다. 즉, $p_i^{S\to S}>p_i^{S\to L}$과 $p_i^{L\to L}>p_i^{L\to S}$을 의미한다.

기저함수의 공간 제공(spatial support) 안쪽에 만약 에지가 있다면 그 때 다해상도 계수는 크고, 국부 에지 검출자와 같이 다해상도 기저 함수를 나타낸다. 같은 에지는 적어도 하나의 자식 다해상도 계수에 대해 공간 제공 안에서 있기 때문에 유지율성 개념을 이은 것이다. 그러나 다해상도 계수는 만약 다해상도 기저함수가 제공하는 공간 안쪽에 두 개의 에지가 있다면 계수가 작다는 것과 일치하기 때문

에 유지율성 개념은 보증될 수 없다. 그러나 두 개의 에지를 가지는 공간 해상도는 트리 아래쪽 몇몇 정밀한 스케일 장소에서 각 에지가 그것 자신의 다해상도 계수에 의해 표현되기 때문에 충분히 정밀하게 두 갈래로 갈라짐이 보증된다. 이들 다해상도 계수는 그들 부모가 작더라도 크게 될 것이고, 이것은 novelty 개념이다.

2.2.4.3 은닉 마코프 트리 파라메터

HMT 모델의 파라메터(θ)는 다음과 같이 열거되어진다.

1) 혼합 분산 $\sigma^2_{S;i}$과 $\sigma^2_{L;i}$

2) 상태 천이 행렬 A_i

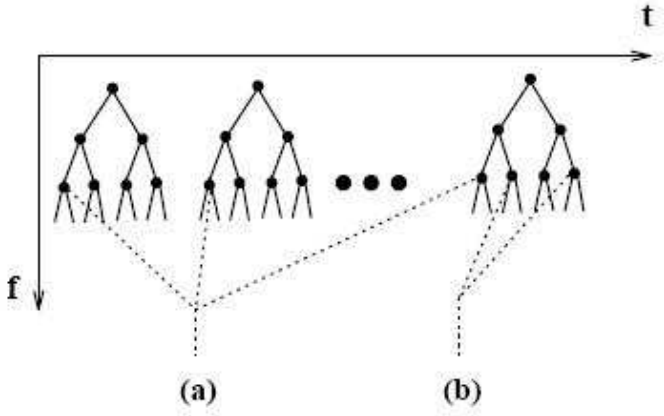
3) 가장 고주파 스케일에서 각 i를 통한 root 노드 장소에서 상태가 클 확률 p_i^L

벡터 θ안에 이들을 그룹화한 HMT는 서브밴드에서 다해상도 계수의 결합 확률 밀도함수 $f(w|\theta)$를 위해 모델 파라메터에 대한 결정을 제공하고 이것을 독립적인 서브밴드로 취급한다.

일반적으로 이들 파라메터는 다해상도 계수에 따라 다르기 때문에 몇몇 응용에 있어서 매우 복잡하다. HMT의 복잡성을 줄이기 위해 각 파라메터는 다해상도 변환의 각 스케일 장소에서 같다고 가정한다.

$$\begin{pmatrix} \sigma^2_{S;b,j,k} = \sigma^2_{S;j} \\ \sigma^2_{L;b,j,k} = \sigma^2_{L;j} \\ A_{b,j,k} = A_j \end{pmatrix} \quad \forall k,m \in Z, \forall b \in B \qquad (2\text{-}63)$$

이 과정은 그림 2-8에서 묘사되어 있는 것과 같이 스케일 안에 매듭(tying)과 같이 언급된다.



(a) 다해상도 트리 사이의 매듭 (b) 다해상도 트리 안의 매듭

그림 2-8 HMT 모델의 매듭

2.2.4.4 은닉 마코프 트리 알고리즘

HMT는 트리 구조화된 HMM(Hidden Markov Model)이다. 그러므로 HMM의 세 가지 표준 문제는 HMT에 동일하게 잘 적용된다.

Likelihood Determination : HMT는 다해상도 계수의 결합 확률 밀도 함수를 위한 모델이지만, $f(w|\theta)$형태의 표현은 밀접하지 않다. 다행히 upward-downward 알고리즘은 주어진 다해상도 계수와 은닉 마코프 트리 파라메터를 통하여 $f(w|\theta)$을 계산하기 위한 고속 $O(n)$ 알고리즘이 있다.

State Path Estimation : 발견된 계수와 모델 θ가 주어진다면 노드 i는 주어진 상태 안에서 크거나 작을 확률을 결정할 수 있고, upward-downward 알고리즘의 부산물을 이용하여 발견된 다해상도 계수의 은닉 상태 $q \in \{S,L\}$에 일치하는 확률 $p(S_i = q \mid w,\theta)$을 계산할 수 있다. 은닉 상태의 시퀀스 문제는 Viterbi 알고리즘에 의해서 해결된다.

Model Training : 많은 상황 안에서 HMT 모델 파라메터 θ는 주어진 학습 데이터의 셋을 통해 알맞게 되고 관측된 계수의 학습에서 야기되는 가장 유사한 θ를

찾는다.

$$\widehat{\theta_{ML}} = \arg\max_{\theta} f(w \mid \theta) \qquad (2\text{-}64)$$

상태의 값은 알 수 없기 때문에 ML(Maximum Likelihood) 추정을 직접적으로 찾는 것은 어렵다. 그러나 만약 상태를 알고 있다면 계수가 단지 독립 가우시안 랜덤 변수이기 때문에 $\widehat{\theta_{ML}}$을 찾는 것은 쉽다.

EM 알고리즘은 "은닉 데이터" 문제를 효율적으로 해결한다. 모델 파라메터의 초기 추측은 θ^0와 함께 시작하고, 그 때 한번의 training을 통하여 $E[\log f(w,S|\theta) \mid w,\theta^l]$을 계산한다. 이 단계는 "E step"이라 하고 기대치를 찾기 위해서 upward-downward 알고리즘을 이용하여 상태 확률 $p(S_i = q \mid w,\theta^l)$을 계산하는 것이다. 최대 혹은 "M step"은 θ^{l+1}을 획득하기 위해 θ^l안에서 파라메터를 갱신하는 형태와 밀접하기 때문에 상대적으로 간단하게 구성되며 만약 $l \rightarrow \infty$이면 θ^l likelihood 함수 $f(w \mid \theta)$의 국부 최대에 접근한다. EM 알고리즘은 회귀당 O(n)이다.

EM 알고리즘은 간단하지만 몇 가지 약점을 가지고 있다. 예를 들면, EM 알고리즘은 hill-climber가 존재하므로 $f(w \mid \theta)$의 국부 최대(local maximum)에서만 수렴성이 보증된다. 그럼에도 불구하고 EM 알고리즘은 일반적으로 신뢰할만한 추정을 획득할 수 있다. 더 중요한 점은 큰 영상을 이용한 수렴되는 부분을 찾을 때 많은 계산량을 요구한다.

2.2.5 다해상도 영역에서 은닉 마코프 트리모델을 이용한 잡음 제거

2차원으로 확장된 영상의 대해상도 계수에 대한 HMT 모델의 효과를 증명하기 위해서 백색 가우시안 잡음이 첨가되기 전 영상 x를 추정한다.

$$v = x + n \qquad (2\text{-}65)$$

식 2-65의 n은 평균값이 0이고, 분산이 σ_n^2으로 알려져 있고, 다른 요소와 독립적이고 동인하게 분포되어진 가우시안 랜덤 잡음이다. 이와 같이 잡음의 정보가 주어지고 고유 영상 x를 추정하는 것이다. 위의 식을 다해상도 영역으로 전환하면 다음과 같이 된다.

$$y = w + \eta \qquad (2\text{-}66)$$

η는 분산 σ_n^2과 함께 독립적이고 동일하게 분포되어진 가우시안 잡음 정보이다. 위의 식에서 w를 추정한다.

HMT에 의해 모델링되어진 결합 확률 밀도함수 $f(w\,|\,\theta)$는 랜덤 필드의 실현과 같이 보기 때문에 이 추정문제를 위해 Bayesian 접근을 가진다. 조건부 밀도 $f(y|\,w)$는 평균 w와 함께 가우시안 랜덤 필드에 독립이라는 것을 주어진다. $f(w)$의 HMT 모델은 Bayesian 방정식을 계산하기 위해서 후처리 $f(w|y)$를 이용한다. Course는 전처리 $f(w\,|\,\theta)$에 의한 파라메터 θ를 획득하기 위해 empirical Bayesian접근을 하였다. HMT 파라메터는 $f(w\,|\,\theta)$ 모델하기 위해 발견된 잡음이 섞인 데이터 y로부터 첫 번째로 추정되어지면 그때 잡음을 계산한 후 Bayes 방정식에 넣는다. Bayes 추정자는 pointwise 변환을 이용하여 후처리 $f(w|y,\theta)$의 조건부 평균을 계산한다[8, 16].

$$\widehat{w_i} := E[w_i|y,\theta] = \sum_{q \in S,L} p(S_i = q|y,\theta)\frac{\sigma_{q,i}^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{q,i}^2} w_i \qquad (2\text{-}67)$$

식 2-67은 다해상도 계수의 Minimum Mean Square Error (MMSE)을 획득하기 위한 것이다.

2.3 위너필터를 이용한 잡음제거

본 절에서는 다해상도 영역에서 대표적인 잡음제거 선형필터인 위너필터의 적용방법에 대해 고찰하고자 한다.

2.3.1 다해상도 영역에서의 위너필터

이 방법에서 위너 필터는 다해상도 계수로 실행된다. 이 모델에서 우리는 다해상도 계수가 조건적으로 independent Gaussian random variance이라고 가정한다. 잡음은 stationary independent zero-mean Gaussian variables로 모델링한다.

영상이 평균이 '0'인 가우시안 잡음에 의해 흐려졌다고 가정하자. 다해상도에서 잡음영상의 계수는 식 2-69로 주어진다.

$$y_{i,j} = s_{i,j} + n_{i,j} \qquad (2\text{-}69)$$

여기에서 $y_{i,j}$는 다해상도에서 잡음영상의 계수로 나타낸다 또한 $s_{i,j}$는 undegraded image의 계수로 나타내지고, $n_{i,j}$는 잡음 계수이다.

만약 noise sequence가 독립적이고 평균이 '0'이고 분산이 'σ^2'의 특성을 갖는 랜덤변수에 의해 모델링 된다면, $n_{i,j}$는 평균이 '0'이고 분산이 'σ^2'를 갖는다. 이것은 다해상도 변환의 직교성에 의해 따라온다. 직교 다해상도의 decorrelation 성질 때문에 우리는 신호요소($s_{i,j}$)가 uncorrelate 되었다고 가정한다.

이 가정들 때문에 위너 필터는 식 2-70과 같이 주어진다.

$$a_{i,j} = \frac{Es_{i,j}^2}{Ey_{i,j}^2} \qquad (2\text{-}70)$$
$$\widehat{s_{i,j}} = a_i y_{i,j}$$

여기에서 $\widehat{s_{i,j}}$는 신호요소($s_{i,j}$)의 최고의 선형 추측이다.
신호와 잡음은 독립적이다 라는 가정 하에 우리는

$$E\{s_{i,j}^2\} = E\{y_{i,j}^2\} - \sigma_n^2 \qquad (2\text{-}71)$$

이라 가정한다.

일반성의 상실 없이, 우리는 $E\{y_{i,j}^2\}$는 $y_{i,j}$의 squared value를 (i,j)에 중점을 둔 window에서 평균함에 의해 결정될 수 있다고 가정한다. 이 정보는 식 2-72처럼 표현될 수 있다.

$$Q_{i,j} = \sum_{k=-R}^{R} \sum_{l=-R}^{R} y_{i-k,j-l}^2 , \quad M = (2R+1)^2 \qquad (2\text{-}72)$$
$$q_{i,j} = \frac{Q_{i,j}}{M}$$

그래서 $E\{y_{i,j}^2\} \approx q_{i,j}$이 되고 그러므로

$$E\{s_{i,j}^2\} = q_{i,j} - \sigma_n^2 \qquad (2\text{-}73)$$

그 결과, 위너 필터의 계수는 식2-74와 같이 표현된다.

$$a_{i,j} = \frac{q_{i,j} - \sigma_n^2}{q_{i,j}} \qquad (2\text{-}74)$$

$E\{s_{i,j}^2\}$값을 양수로만 제한함으로써 위 수식의 분자는 $\max(q_{i,j}-\sigma_n^2, 0)$한 형태를 가진다. 즉,

$$\widehat{s_{i,j}} = \max(a_{i,j}, 0)y_{i,j} \qquad (2\text{-}75)$$

우리는 두 조건하에 위너 필터링을 한다. 첫 번째로 잡음 분산을 안다고 가정한다. 두 번째로 잡음 분산은 Donoho가 제안한 MAD 방법을 사용하여 측정되었다고 가정한다. 그 방법은 다음단계로 보완된다.

1. $\{q_{i,j}\}$는 9개의 커널 크기를 가진 $\{y_{i,j}^2\}$와 컨볼루션 합에 의해 계산된다.
2. 위너 필터는 그 후 식2-76과 같이 적용된다.

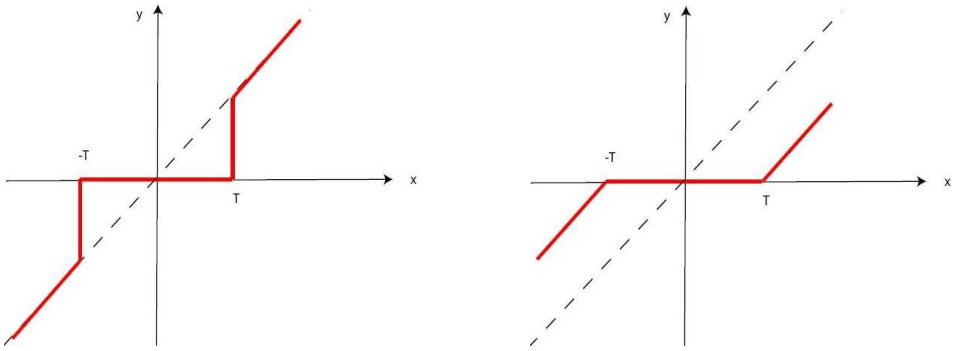
$$\hat{s} = \frac{\max(q_{i,j}-\sigma_n^2, 0)}{q_{i,j}} y_{i,j} = \widehat{a_{i,j}} y_{i,j} \qquad (2\text{-}76)$$

2.4 다해상도 영역에서의 기존 잡음 제거 방법

2.4.1 웨이블렛 축소

잡음 제거에는 웨이블렛 축소(wavelet shrinkage)방법이 사용된 잡음이 섞인 영상을 이산 웨이블렛 변환하면 잡음의 대부분은 웨이블렛 계수로 표현된다. 표현된 계수의 절대 값이 어떤 주어진 임계값(threshold)보다 작으면 0으로 설정하여 잡음에 해당하는 웨이블렛 값을 임계화하는 방법이다. 반면에 에지에 해당하는 계수들은 일반적으로 임계값보다 위에 있기 때문에 역변환된 이산 웨이블렛 변환 영상은 사실상 잡음이 제거된 영상이 된다. 크게 하드 임계화 기법(hard threshold method)과 소프트 임계화 기법(soft threshold method)으로 나뉘는데, 하드 임계화 기법은 원 신호가 정확히 재건되지는 못하기 때문에 손실(lossy) 알고리즘이다. 그

림은 임계값 'T'의 절대값보다 작은 계수들은 '0'으로 설정하고 임계값보다 큰 계수들은 원래의 값을 그대로 유지하도록 하는 하드 임계화기법이다. 도노호(Donoho)와 존스톤(Jonstone)은 이 기법을 개선하여 소프트 임계화 기법을 개발하였는데 이 기법은 관심 영역의 왜곡을 지양하기 위하여 임계값 이상의 웨이블릿 계수들을 잡음의 영향만큼 축소시키는 방법이다[6,7]. 그림의 소프트 임계화 기법은 임계값 'T'보다 작은 절대 값을 가지는 계수들은 '0'으로 설정하고 임계값보다 큰 절대 값을 갖는 계수들은 임계값과의 차이만큼 수축한다. 이 기법은 결과적으로 영상의 중요한 성분은 보존하면서 최적의 잡음제거를 기대할 수 있다.



하드 임계화 기법　　소프트 임계화 기법

그림 2-9 웨이블릿 계수 수축에 의한 잡음제거 기법

일반적인 알고리즘은 다음과 같은 단계로 전개된다.

[1단계] 잡음 신호에 대하여 이산 웨이블렛 변환을 수행한다.

Y=X(원신호)+V(잡음신호)　　(2-20)

$DWT(Y) = W_y$　　(2-21)

[2단계] 변환 영역에서 계수들을 수축한다. 하드 임계화 기법과 소프트 임계화 기

법의 임계화 함수 수식은 다음과 같다. (w_i: 웨이블렛 계수, T: 임계값)

하드 임계화 기법 (Hard thresholding method)

$$w'_i = \begin{cases} 0, & If\,|w_i| < T \\ w_i, & If\,|w_i| \geq T \end{cases} \qquad (2\text{-}22)$$

소프트 임계화 기법 (Soft thresholding method)

$$w'_i = \begin{cases} 0, & If\,|w_i| < T \\ \sin(w_i)(|w_i| - T), & If\,|w_i| \geq T \end{cases} \qquad (2\text{-}23)$$

[3단계] 마지막으로 임계화된 계수들을 역 변환한다.

$$IDWT(W'_y) = Y' \qquad (2\text{-}24)$$

2.4.2 잡음 표준편차 임계값 추정방식

임계값 설정 방법 중 하나인 SURE(Stein Unbiased Risk Estimation) 함수 f에 대해서 L^2공간에서의 추정치 위험도(estimation risk)를 가장 최적화 시키는 함수를 다음과 같이 정의한다[7].

$$R(\hat{f}, f) = E\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{f}(i/n) - f(i/n))^2\right] \qquad (2\text{-}25)$$

식 2-25는 파세벌의 항등식(Parseval's identity)을 표현하는 식 2-26에 의해 다해상도 계수로서 표현이 가능하다.

$$\int f(x^2)dx = \sum_j \sum_k d_{j,k}^2 \qquad (2\text{-}26)$$

이러한 변환이 직교하므로 다음 식과 같이 이끌어 낼 수 있다.

$$R(\hat{f},f) \propto E\Big[\sum_j \sum_k (\widehat{\theta_{j,k}} - \theta_{j,k})^2\Big] \qquad (2\text{-}27)$$

이것은 곧 원래의 입력신호를 다해상도 계수로 변환할 수 있다는 것을 의미하고 다해상도 영역에서 추정치 위험도를 줄이는 것은 입력 신호의 영역에서 추정치 위험도를 줄일 수 있다는 것을 의미한다. 추정치 위험도를 최소화하는 방법은 각 다해상도 단계에서의 임계값을 설정해 주는 것으로 이루어진다. 이러한 문제는 다음과 같은 방정식으로 설명된다.

$\underline{X} = (X_1, X_2, \cdots, X_d)$이며 $X_k \cdots N(\mu_k, 1)$의 성질을 갖는다고 가정한다. 여기 $\underline{X}$ 평균벡터 $\underline{\mu} = (\mu_1, \ldots, \mu_d)'$이며 위험도를 최소화하는 평균 벡터를 추정하면 $d = 2^j$일 때 j번째 단계에서의 다해상도 계수 $X_k = \sqrt{n}\, w_{j,k}^{(n)}$이 된다. 이것을 추정함수에 대입하면 식 2-28과 같다.

$$\widehat{\mu_k} = \delta_\lambda^s(X_k) \qquad (2\text{-}28)$$

관측 벡터 X가 주어지고 $\hat{\mu}$가 μ의 추정된 결과라고 한다면 l^2 공간에서의 위험도는 식 2-29와 같은 관계식이 성립될 때 효과적으로 추정되며, g는 극소 미분이 가능한 함수이다.

$$\hat{\mu}(X) = X + g(X) \qquad (2-29)$$

$$E_\mu \| \hat{\mu}(X) - \mu \|^2 = d + E_\mu \{ \| g(X) \|^2 + 2\nabla \cdot g(X) \} \qquad (2-30)$$

여기서 $\nabla \cdot g \equiv \dfrac{\partial}{\partial X_k} g_k(X)$

식 2-31의 소프트 임계화 함수를 이용하여 식 2-32, 식 2-33을 유도할 수 있다.

$$g_k(X) = \delta_t(X_k) - X_k = \begin{cases} -t, & X_k \geq t \\ -X_k, & -t \leq X_k < t \\ t, & X_k < -t \end{cases} \qquad (2\text{-}31)$$

$$\| g(X) \|^2 = \sum_{k=1}^{d} \min^2(|X_k|, \rho) \qquad (2-32)$$

$$\nabla \cdot g = -\sum_{k=1}^{d} 1_{[-\rho,\rho]}(X_k) \qquad (2-33)$$

이는 어떤 벡터 $x = x_1, \ldots, x_d$에서도 성립한다.

식 2-30을 유도하면 식 2-34으로 전개된다.

$$\begin{aligned} SURE(\rho;x) &= d - 2 \cdot \#\{k|x_k| \leq \rho\} + \sum_{k=1}^{d} \min^2(|x_k|, \rho) \qquad (2\text{-}34) \\ &= d + 2 \cdot \#\{k|x_k| > \rho\} + \sum_{k=1}^{d} \min^2(|x_k|, \rho) \\ E_\mu \| \widehat{\mu^{(\rho)}}(X) - \mu \|^2 &= e_\mu SURE(\rho;X) \end{aligned}$$

임계값은 주어진 벡터 $x = \{x_1, \ldots, x_d\}$의 추정 위험도를 최소화할 수 있도록 식 2-35와 같이 정해진다.

$$\lambda = \arg\min_{t \geq 0} SURE(t;x) \qquad \lambda : \text{라그랑지 함수} \qquad (2\text{-}35)$$

만일 신호(Z_I)가 $i.i.d$(independent identically distributed)이고 N(0,1)인 랜덤 신호라면,

$$\mathrm{Prob}\left\{ \| (Z_I) \|_{l_n^\infty} \leq \sqrt{2\log M_n} \right\} \to 1, \quad n \to \infty \qquad (2\text{-}36)$$

이 된다. 다해상도 계수의 경우에는 M_n이 N이 되고, 다해상도 패킷의 경우에는

$Nlog_2N$이 된다. 식 2-36으로부터 잡음의 레벨을 임계값 ρ로 정할 수 있다. 따라서 구하고자 하는 임계값은 식 2-37과 같다.

$$\rho = \sqrt{2\log_e(N \times \log_2(N)} \qquad (2\text{-}37)$$

N : 신호 벡터 안에서의 샘플 개수

식 2-37의 임계값 ρ는 백색 잡음의 분산이 1일 때의 경우이므로 스케일링이 되지 않은 신호의 경우에는 임계값을 다시 정해 주어야 한다. 잡음의 크기와 고주파 대역의 신호를 고려하여 스케일링한 임계값은 식 2-38과 같다. σ는 잡음의 표준편차를 나타낸다.

$$\delta = \rho \times \sigma \qquad (2\text{-}38)$$

웨이블렛 패킷에서는 잡음 레벨 추정에 있어 가장 좋은 통계적 특성을 갖는 서브밴드 분해 대역 (subband decomposition band) 의 고주파 영역을 포함한 노드로부터 잡음의 표준편차를 추정한다.
잡음의 표준편차의 추정으로 식 2-39와 같이 나타낸다.

$$\delta = \frac{\rho \times median(|d^1|)}{0.6745} \qquad (2\text{-}39)$$

위 식에서 d^1은 입력 영상의 웨이블렛 패킷 분해의 첫 번째 노드에서의 계수들의 집합이다. 백색 가우시안 잡음은 웨이블릿 패킷 변환 후에도 각 레벨에서 다시 백색 가우시안 잡음으로 남아 있다. 각 해상도 레벨에서의 웨이블렛 계수들의 대부분은 잡음이라는 것과 MAD (Median Absolute Deviation) 방식이 전형적인 잡음의 크기를 반영한다는 가정에 의해 잡음의 분산을 추정한다.

2.5 Anscombe's Transformation

디지털 방사선 영상은 다양한 잡음 소스를 가지고 있다. 방사선 소스, 산란된 방사선, 스크린, CCD 카메라, 전자회로등의 시스템 각 요소에서 잡음이 발생한다. 그 중에서도 잡음의 주된 원인은 방사선의 양자변동 때문이다. 현재의 처리과정은 임펄스 잡음, CCD 암전류 잡음과 픽셀 불일치와 같이 획득된 영상을 보정하기 위한 작업이다. CCD detector에 도달하는 전자의 수를 표현하는데 사용되는 모델로는 Poisson 분포특성으로 알려져 있다. 가우시안 잡음과는 달리 Poisson 잡음은 신호의 크기에 비례한다. 그리고 이미 알려져 있는 HMT 방식을 포함한 영상 잡음감소 방법은 AWGN(additive white Gaussian noise) 모델의 잡음 감소에 기반되어 있다. 그러므로 이러한 한계를 극복하기 위해서 variance stabilization (Anscombe's) transformation을 적용한다[14].

$$I_A(x,y) = 2\sqrt{I(x,y) + \frac{3}{8}} \qquad (2\text{-}77)$$

I(x,y):원 영상, I_A(x,y):변환된 영상

식 2-77을 통하여 Poisson 분포를 가지는 잡음특성을 가우시안 분포를 가지는 잡음특성으로 변환시켜준다. 변환된 상태에서 가우시안 잡음 특성에 기반한 잡음감소기법을 사용함으로써 효율적인 잡음제거를 할 수 있다.

$$I(x,y) = \frac{1}{4} I_A(x,y)^2 - \frac{3}{8} \qquad (2\text{-}78)$$

모든 과정을 마친 후에 식 2-78와 같이 inverse Anscombe's transformation을 함으로써 원 영상을 얻는다. 다른 잡음특성은 고려하지 않는다.

2.6 제안한 잡음제거

기존의 잡음제거 방법을 개선하기 위해서 본문에서 설명되어진 기법들을 접목하여 그림 2-10과 같은 잡음제거 방법을 제안하였다.

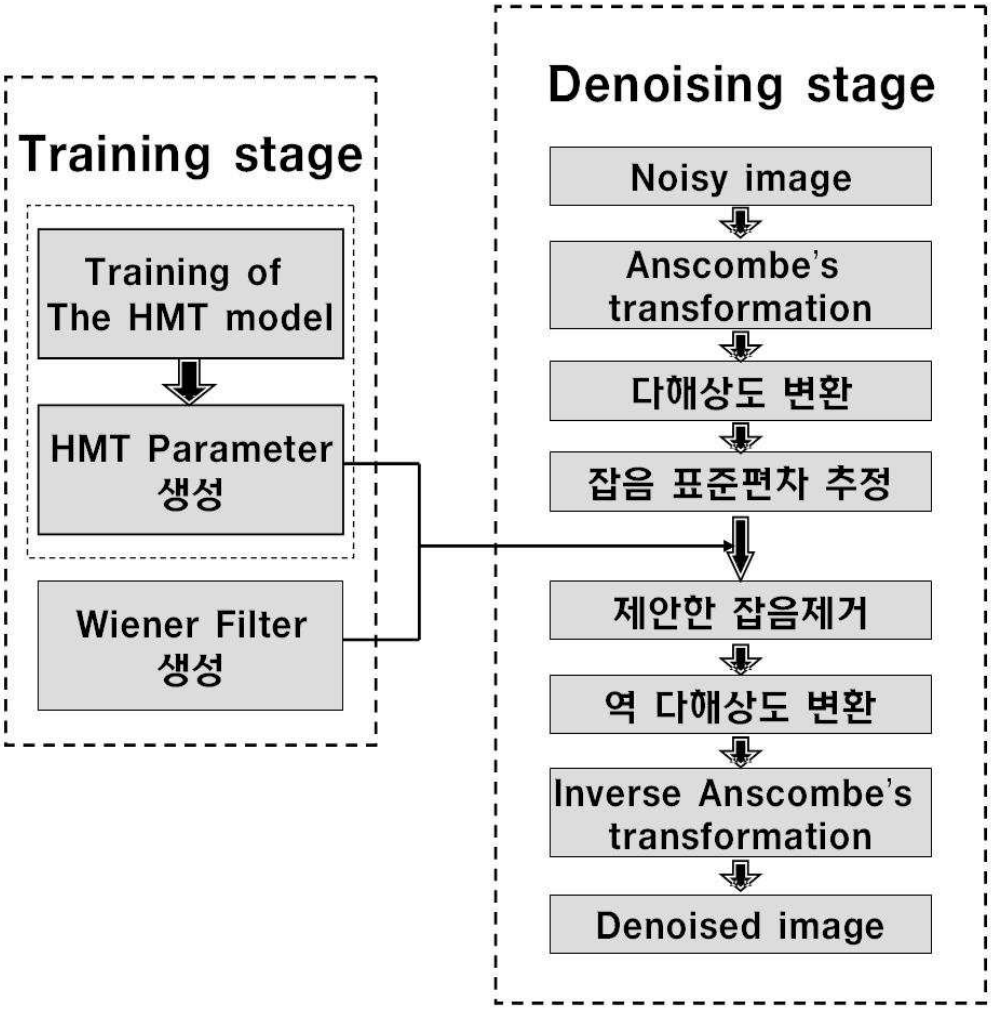


그림 2-10 제안된 잡음제거 방법

MAD 방식과 다해상도 고주파영역의 계수를 이용하여 잡음의 표준편차 값을 추정한다. MAD 방식을 이용한 잡음 표준편차 추정 방식은 다음과 같다.

$$variance = \left(\frac{MAD}{0.6745}\right)^2$$

where (2-79)

$MAD((w_i)_i) = Median((|w_i|_i)$

$w_{i,j}$: $1\,level$ 고주파 다해상도 계수

추정된 잡음의 표준편차 값을 이용하여 training 과정을 거쳐 잡음제거를 위한 필요로 하는 파라메터를 구한다. HMT 방식을 이용하여 각 상태에서의 확률밀도함수와 계수의 분산 값을 구한다. 그리고 3*3의 위너 필터를 이용하여 영상전체영역의 위너 필터를 구한다. 위너 필터를 구하는 식은 식 2-80과 같다.

$$wiener\,filter = \frac{\max(q_{i,j} - \sigma_n^2, 0)}{q_{i,j}} \qquad (2\text{-}80)$$

qi : 3*3마스크 안의 계수값 제곱의 평균.

σ_n^i : MAD 방식으로 구해진 잡음 계수 분산값.

MAD방식으로 추정된 잡음의 표준편차 임계값과 HMT Training을 이용하여 구한 계수분산 값과 각 상태에 대한 확률밀도 함수 값을 식 2-81에 적용함으로써 최종적인 잡음 제거된 계수를 구한다.

$$yw = \frac{Si}{Si + Sn} \times w \times \mathrm{Prob} \times Wiener\,filter \qquad (2\text{-}81)$$

Si : HMT traning으로 구해진 계수 분산값

Sn : MAD 방식으로 구해진 잡음 계수 분산값

Prob : 각 상태에 대한 확률밀도함수

그리고 라플라시안 피라미드 다해상도 변환방식에 다음의 잡음제거 방식을 접목함으로써 웨이블렛 변환 다해상도 기법과 비교하여 계산량 감소 및 처리속도를 획기적으로 개선하였다. 웨이블렛 변환 방식을 사용하면 각각의 부대역(HH,HL,LH)의 HMT 연관관계를 계산하는데 반해 라플라시안 피라미드 변환 방식은 라플라시안 영역에 해당하는 부대역만이 생성되므로 하나의 부대역의 HMT 연관관계만을 계산함으로써 더욱 개선됨을 알 수 있다.

3장 결과 및 고찰

본 장에서는 제안한 라플라시안 피라미드를 이용한 디지털 방사선영상 잡음제거의 성능을 비교하였다. 구현한 프로그램은 intel core 2.13GHz, 3G 메모리가 장착된 컴퓨터에서 MATLAB을 이용하여 구현하였다. 그리고 HMT에 관련된 프로그램은 Rice Universty에서 웨이블렛 변환을 기반으로 구현한 프로그램으로 이것을 라플라시안 피라미드 변환기법에 맞게 수정하여 사용하였다. 3.1절에서는 웨이블렛 변환기법과 라플라시안 피라미드 기법을 비교하였다. 3.2절에서는 디지털 방사선영상을 이용하여 HMT-Wiener 방식과 HMT, 위너필터방식을 이용한 잡음제거 결과를 비교하였다. 3.3절에서는 팬텀 디지털 방사선 영상을 이용하여 3.2절과 같이 비교분석하였다.

3.1 웨이블렛 변환과 라플라시안 피라미드 변환을 이용한 결과비교

디지털 방사선 영상을 웨이블렛 변환방식과 라플라시안 피라미드 방식을 적용하여 다해상도 영역을 만든 후, 제안된 HMT-Wiener 방식을 적용한 결과를 비교하였다. 비교 방법으로 512*512크기로 자른 그림 3-1 디지털 방사선영상에 가우시안 잡음을 첨가하고 SNR값과 처리시간을 가지고 비교하였다.

신호대잡음비(SNR)을 구하는 수식은 다음과 같다.

$$SNR = 10\log\frac{\sum Original\ Signal}{\sum Noise\ Signal} \qquad (3\text{-}1)$$

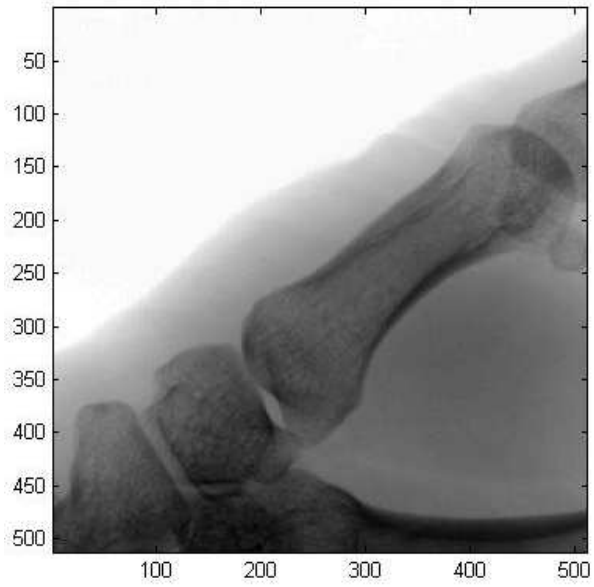


그림 3-1 사용된 디지털 방사선 영상

그림 3-1을 가지고 웨이블렛 변환방식과 라플라시안 피라미드 변환방식을 가지고 제안한 HMT-Wiener기법의 처리시간을 비교한 결과는 표 3-1과 같다.

방식 / 시간	웨이블렛 변환을 이용한 HMT-Wiener	가우시안 - 라플라시안 피라미드를 이용한 HMT-Wiener
처리시간	32.97 sec	12.33 sec

표 3-1. 웨이블렛 변환과 가우시안-라플라시안 피라미드변환 방식의 시간비교

그림 3-1에 대해서 가우시안 잡음의 표준편차의 크기를 바꾸면서 영상에 첨가하고 웨이블렛 변환과 라플라시안 피라미드변환 방식을 이용한 HMT_Wiener 잡음제거 방식을 적용한 SNR값은 표 3-2와 같이 보여준다. MATLAB을 이용한 처리과정에서 영상의 값을 0~1사이의 값으로 변환하여 처리를 하였다. 그리고 영상에 추가된 가우시안 잡음의 표준편차(σ^2)는 0.01, 0.02, 0.05로 하여 비교하였다.

방식 / σ^2	웨이블렛 변환을 이용한 HMT-Wiener	가우시안 - 라플라시안 피라미드를 이용한 HMT-Wiener
0.01	43.2091(dB)	46.8863(dB)
0.02	41.0297(dB)	43.6434(dB)
0.05	36.3220(dB)	38.7066(dB)

표 3-2. 웨이블렛 변환과 가우시안-라플라시안 피라미드변환 방식의 SNR비교

표 3-2와 같이 라플라시안 피라미드변환을 이용한 HMT-Wiener방식이 웨이블렛 변환을 이용한 HMT-Wiener방식보다 SNR값이 2~3dB정도 크게 측정되어 라플라시안 피라미드 변환을 이용한 잡음제거의 효과가 뛰어남을 관찰 할 수 있다.
표준편차가 0.01인 가우시안 잡음을 추가한 디지털 방사선영상의 잡음제거 결과영상을 비교 해보면 그림 3-3, 그림 3-4와 같다.

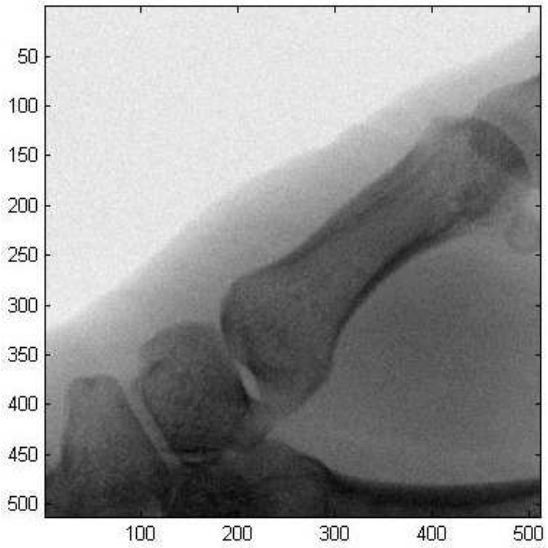


그림 3-2 0.01 표준편차 잡음 추가된 영상

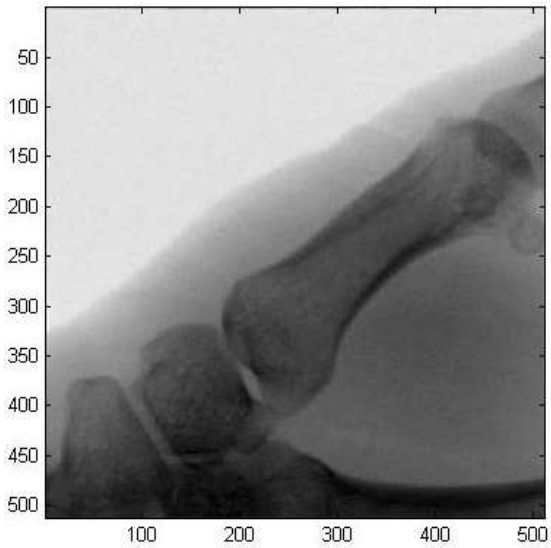


그림 3-3 웨이블렛 변환을 이용한 HMT-Wiener방식의 결과영상

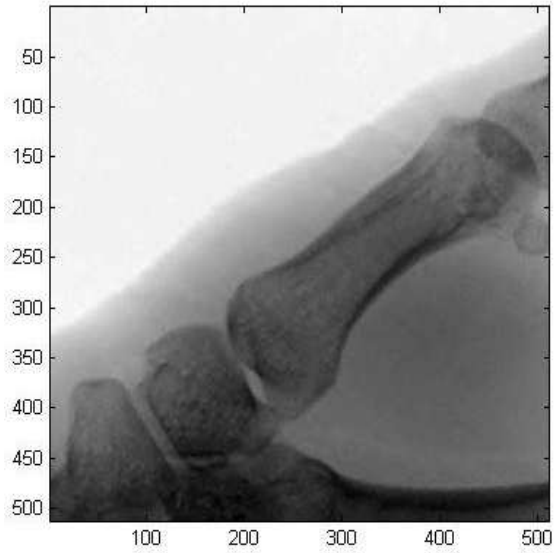


그림 3-4 라플라시안 피라미드 변환을 이용한 HMT-Wiener방식의 결과영상

그림 3-3, 그림 3-4와 같이 라플라시안 피라미드변환을 이용한 HMT-Wiener 잡음제거 방식이 원영상과 더 가깝게 잡음이 제거됨을 확인할 수 있다.

3.2 기존 잡음 제거 방식과 비교

디지털 방사선 영상에 대해서 가우시안 잡음을 추가하여 HMT방식, 위너 필터 방식, 그리고 제안된 HMT-Wiener방식을 비교하였다. 사용한 영상은 그림 3-1과 같고 라플라시안 피라미드변환을 이용하였다. 그리고 잡음 추정방식은 MAD 방식을 사용하여 위의 3가지 잡음제거 방식에 적용하였다. 비교 방식은 SNR값과 영상의 한 단면, 그리고 결과영상을 가지고 한다.

표 3-3은 다른 크기의 가우시안 잡음을 넣은 디지털 방사선 영상을 가지고 HMT 방식과 위너 필터방식, 그리고 제안한 HMT-Wiener 방식을 적용하여 잡음제거 한 결과영상의 SNR을 보여준다.

σ^2	HMT-Wiener	HMT	위너 필터
0.01	46.8863(dB)	44.8068(dB)	44.4155(dB)
0.02	43.6434(dB)	40.0162(dB)	39.2868(dB)
0.05	38.7066(dB)	32.9229(dB)	31.9077(dB)

표 3-3 잡음제거 방식의 SNR비교

표 3-3과 같이 기존의 HMT방식, 위너 필터방식에 의한 잡음제거에 비해서 제안한 HMT-Wiener방식이 잡음제거성능이 우수함을 알 수 있다. 특히 영상에 추가된 잡음이 커질수록 더욱 강력한 잡음제거성능을 나타냄을 알 수 있다.

그림3-5은 표준편차가 0.02인 잡음이 추가된 디지털 방사선 영상의 세로 400픽셀에 해당하는 한 단면(A)의 위치를 나타낸 것이다. 잡음 제거한 단면(A) 결과를 식 3-2를 사용한 값과 그림3-6과 같이 단면을 비교함으로써 제안한 방식이 원영상과 가장 유사하게 복원함을 확인하였다. 식 3-2는 원영상 픽셀 값 w와 잡음제거된 영상 픽셀 값 yw 차이의 평균값을 구한 것으로 값이 적을수록 원영상과 유사하게 잡음제거가 되었음을 알 수 있다.

$A = mean(abs(w - yw))$ (3-2)

w : 원 영상 픽셀 값.

yw : 잡음제거된 영상 픽셀 값.

원 영상에서 잡음제거한 영상을 뺀 값의 평균값을 구함으로써 구한 값이 0에 가까울수록 원 영상에 가깝게 잡음제거 됨을 알 수 있다. 원 영상에 0.02, 0.05크기의 표준편차를 가진 가우시안 잡음을 추가하여 잡음제거 결과를 비교하였다. 이 결과 통해서도 기존의 잡음제거 방식보다 제안한 방식이 원영상과 가장 유사하게 복원함을 알 수 있다.

σ^2	HMT-Wiener	HMT	위너 필터
0.02	28.6409	41.3031	41.3000
0.05	45.4617	89.4298	91.6996

표 3-4 영상 중 한 단면(A)을 비교하기 위해 제안된 수식 결과 값

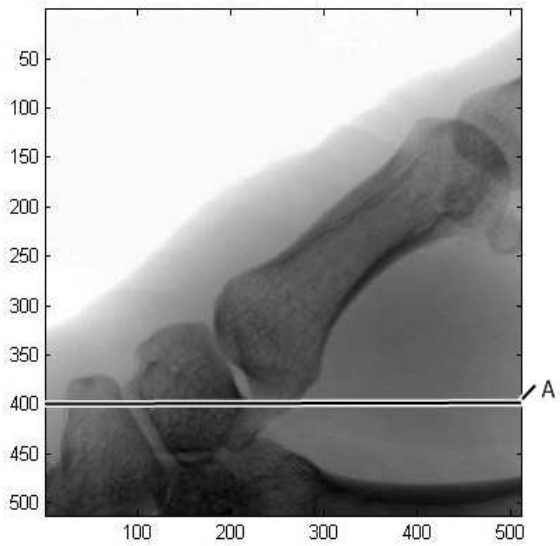


그림 3-5 영상 중 한 단면의 위치(A)

그림 3-6의 단면비교 결과를 통해서도 기존의 잡음제거 방식보다 제안한 방식이 원영상과 가장 유사하게 복원함을 알 수 있다. 이 결과를 통해 제안한 방식은 기존의 방식과 비교하여 상당히 부드럽게 잡음제거가 됨을 알 수 있다. 특히 위너 필터방식은 다른 비교방식보다 거칠게 잡음제거가 됨을 알 수 있다.

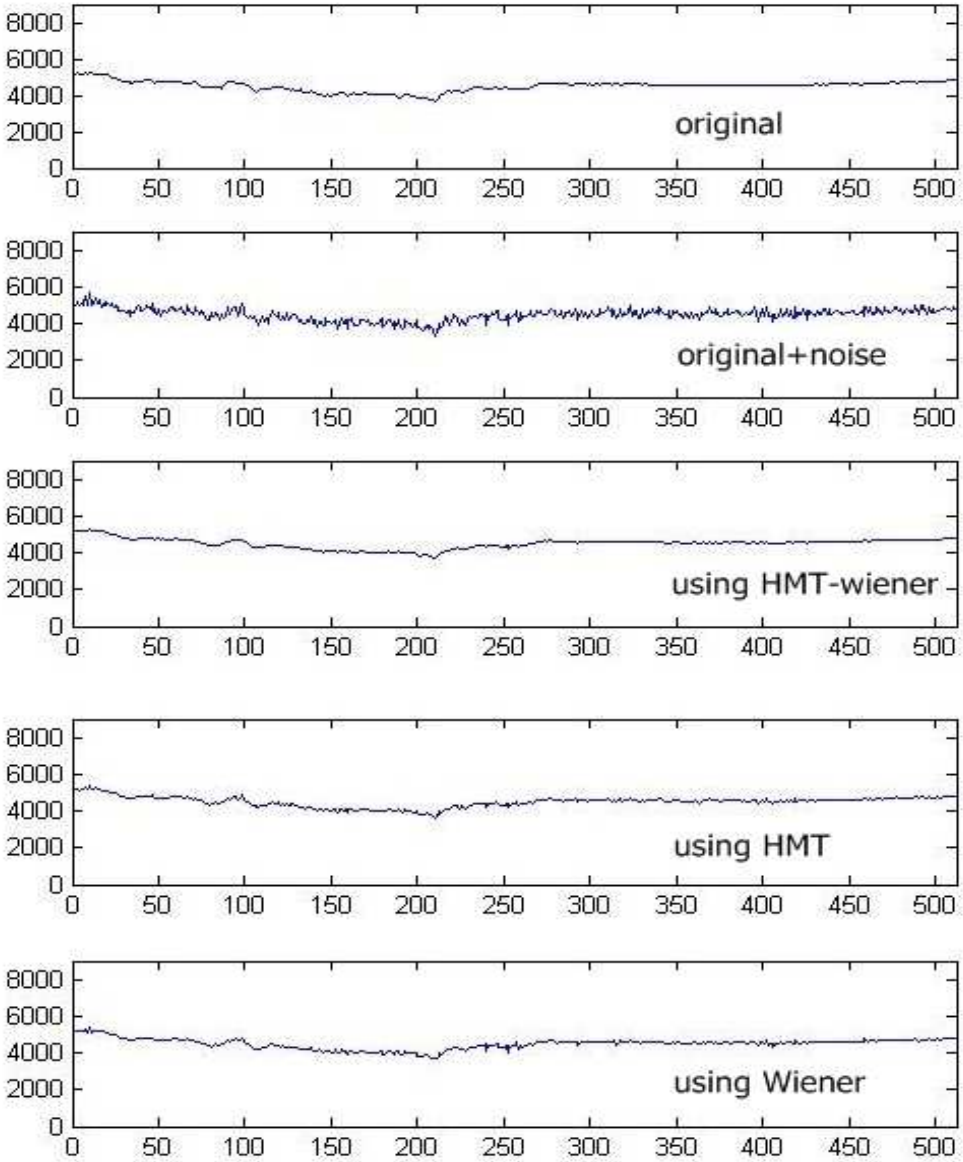


그림 3-6 비교된 잡음제거 방식을 통한 결과영상 선 A의 단면

그림 3-5~10은 원 영상에 0.02크기의 표준편차를 가진 가우시안 잡음을 추가하여 HMT방식, 위너 필터방식 그리고 제안한 HMT-Wiener 잡음제거 방식을 적용한 결과영상을 비교하였다. 기존의 방식에 비해 제안한 HMT-Wiener 방식이 잡음을 제거하는 것은 물론 잡음제거로 인해 발생되는 영상의 블러링 효과도 상당히 억제하고 있음을 알 수 있다.

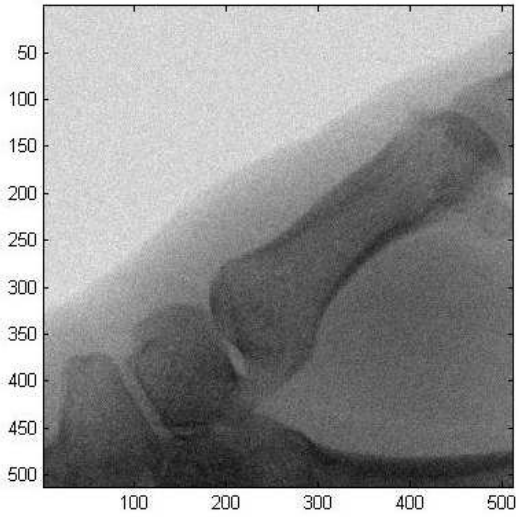


그림 3-7 0.02 표준편차 잡음 추가된 영상

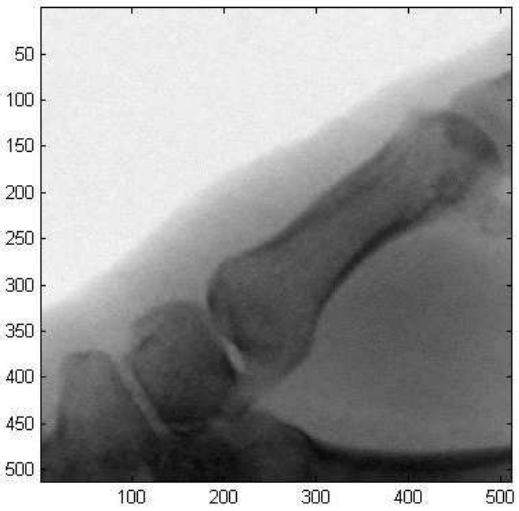


그림 3-8 HMT 방식으로 잡음 제거한 영상

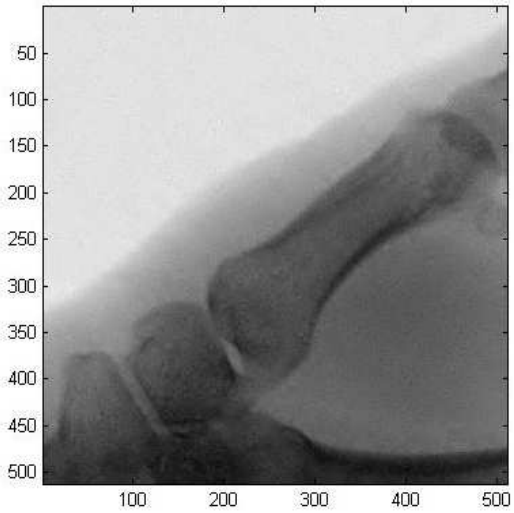


그림 3-9 위너 필터방식으로 잡음 제거한 영상

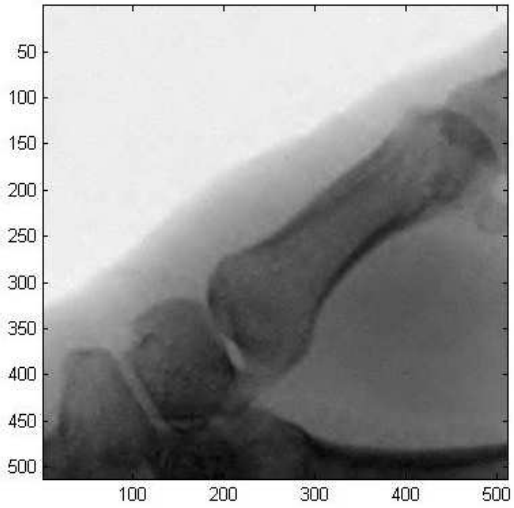


그림 3-10 HMT-Wiener 방식으로 잡음 제거한 영상

3.3 Phantom 영상을 이용한 결과영상 비교

그림 3-11~15는 0.03크기의 표준편차를 가진 가우시안 잡음을 원 팬텀영상에 추가한 영상을 가지고 제안한 HMT-Wiener 방식과 HMT, 위너필터 세 가지 잡음제거 방식을 적용한 결과영상이다. 기존의 방식에 비해 제안한 HMT-Wiener 방식이 잡음을 제거하는 것은 물론 잡음제거를 통한 영상의 블러링 효과도 상당히 억제하고 있음을 알 수 있다. 그 결과 추가된 잡음으로 오염된 영상을 1.8 LP/mm까지의 해상도의 영상부분을 보이도록 할 수 있음이 확인되었다. 제안된 HMT-Wiener 방식 이외의 HMT방식과 위너 필터방식은 블러링이 일어남으로써 1.8 LP/mm의 부분이 잘 복원되지 않음을 알 수 있다.

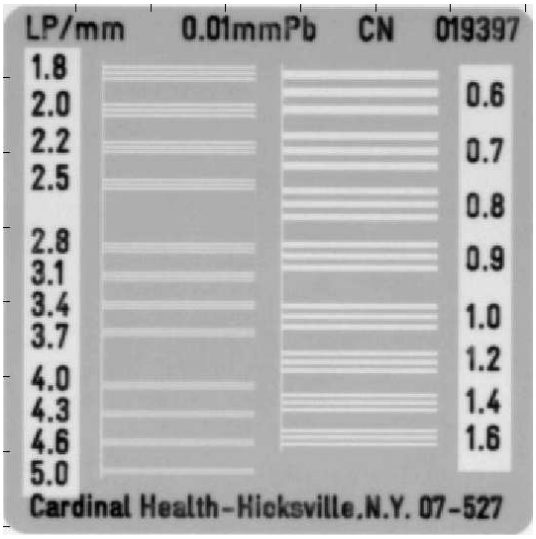


그림 3-11 팬텀 원 영상

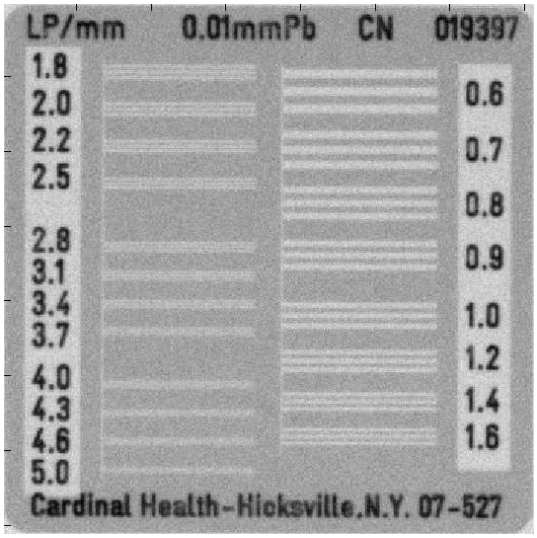


그림 3-12 0.03 표준편차 잡음 추가된 팬텀 원영상

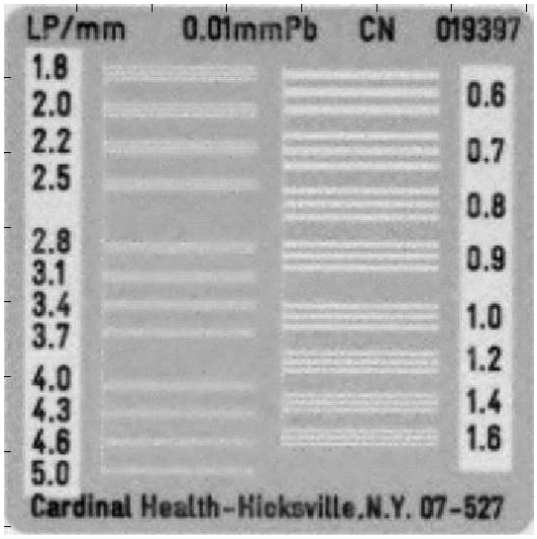


그림 3-13 HMT 방식으로 잡음 제거한 팬텀영상

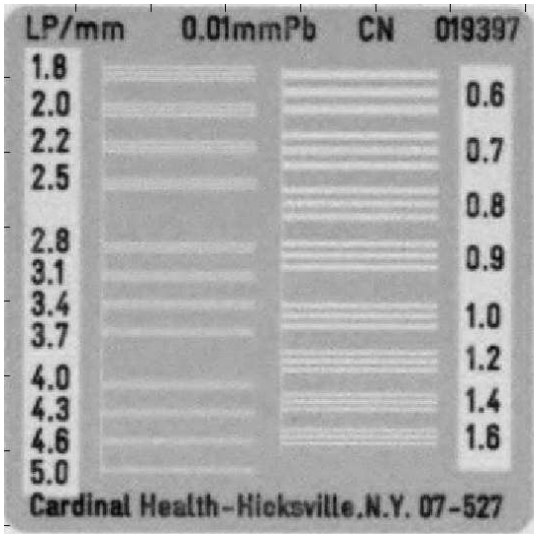


그림 3-14 위너 필터방식으로 잡음 제거한 팬텀영상

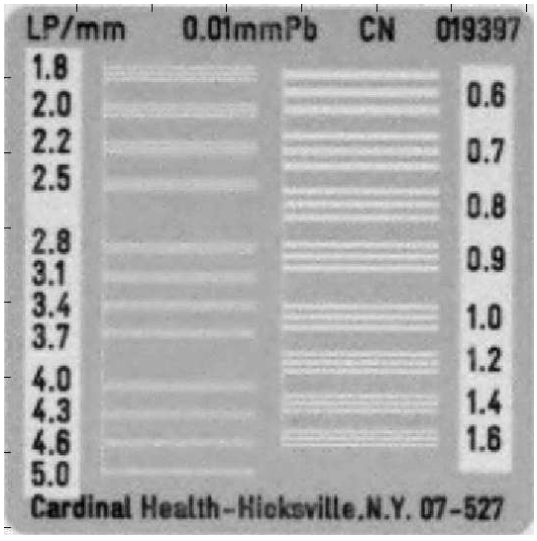


그림 3-15 HMT-Wiener 방식으로 잡음 제거한 팬텀영상

그림3-7은 팬텀영상의 가로 1~1500픽셀, 세로 100픽셀에 해당하는 한 단면(B)의 위치를 나타낸 것이다.

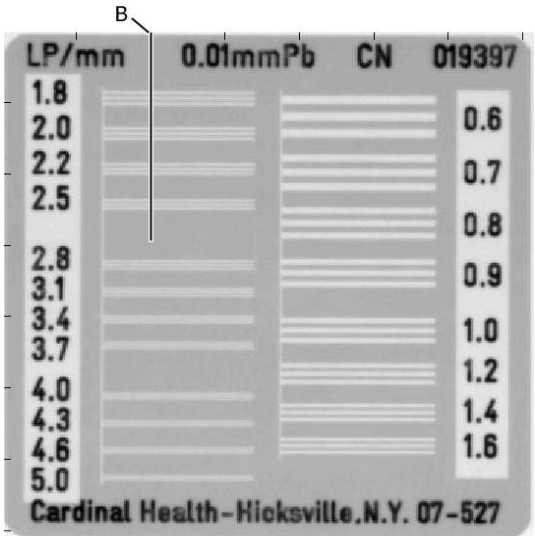


그림 3-16 영상 중 한 단면의 위치(B)

원 영상과 잡음 제거한 영상과의 차이 값의 평균값을 계산함으로써 결과값이 0에 가까울수록 원 영상에 가깝게 잡음제거 됨을 알 수 있다. 표3-5와 같이 본 연구에서 제안한 HMT-Wiener 방식이 가장 작은 값을 가짐으로써 가장 원 영상과 근접하게 복원함을 확인할 수 있다.

σ^2	HMT-Wiener	HMT	Wiener
0.03	80.1958	87.0074	89.5021

표 3-5 영상 중 한 단면(B)을 비교하기 위해 제안된 수식 결과 값

그림 3-17에서 원 영상과 잡음을 추가한 영상의 한 단면의 차이 값과 제안한 HMT-Wiener방식과 HMT, 위너필터 방식으로 잡음 제거된 영상의 한 단면의 차이 값을 나타내었다. 이 결과를 통해서도 제안한 HMT-Wiener방식을 사용한 잡음제거 방식의 그래프가 원점(0)에 근접함으로써 원 영상에 근접하게 복원함을 확인 할 수 있었다.

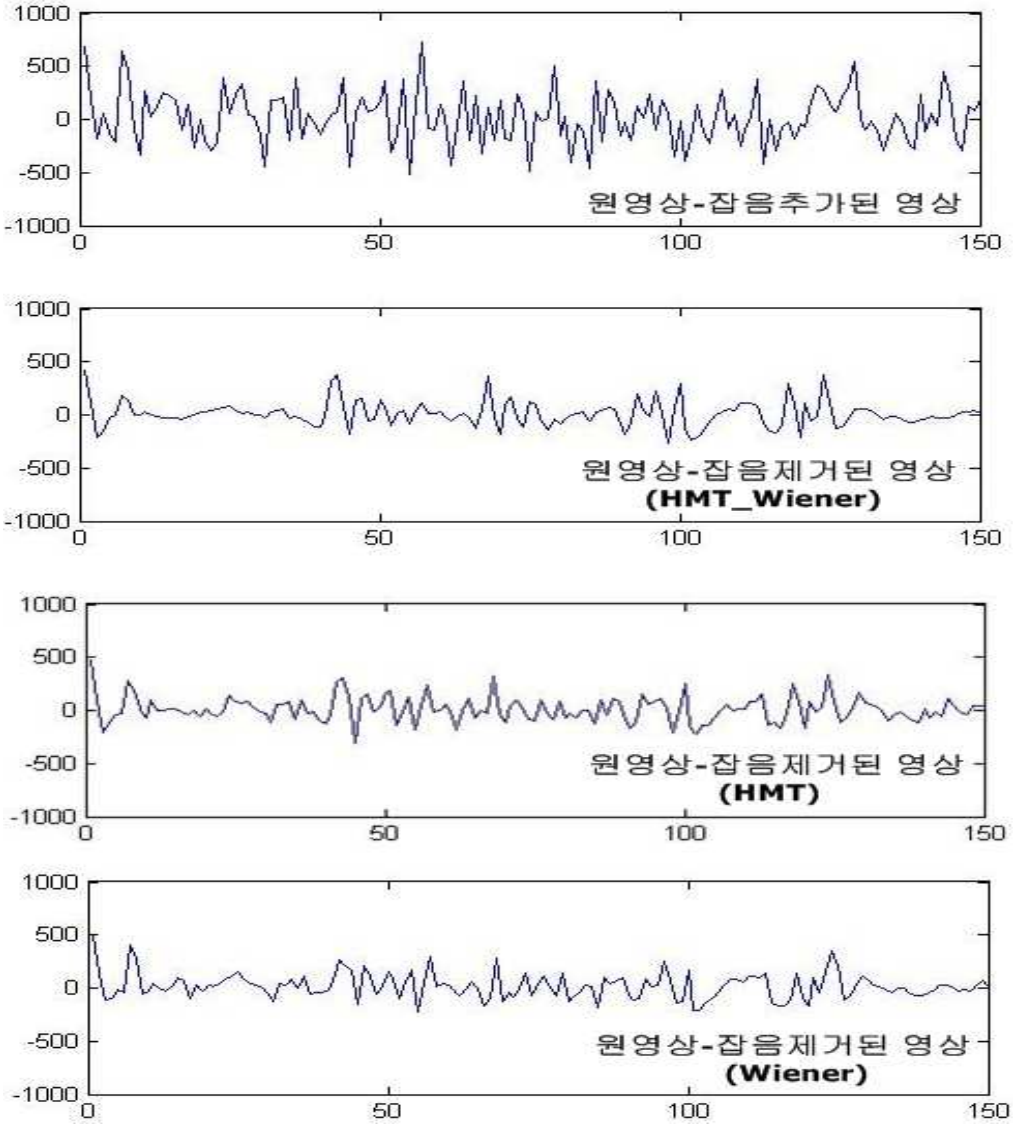


그림 3-17 원 영상과 잡음추가, 제거된 영상의 한 단면의 차이값

그림 3-18의 단면비교 결과를 통해서도 HMT, 위너필터 잡음제거 방식보다 제안한 HMT-Wiener방식이 원영상과 가장 유사하게 복원함을 알 수 있다.

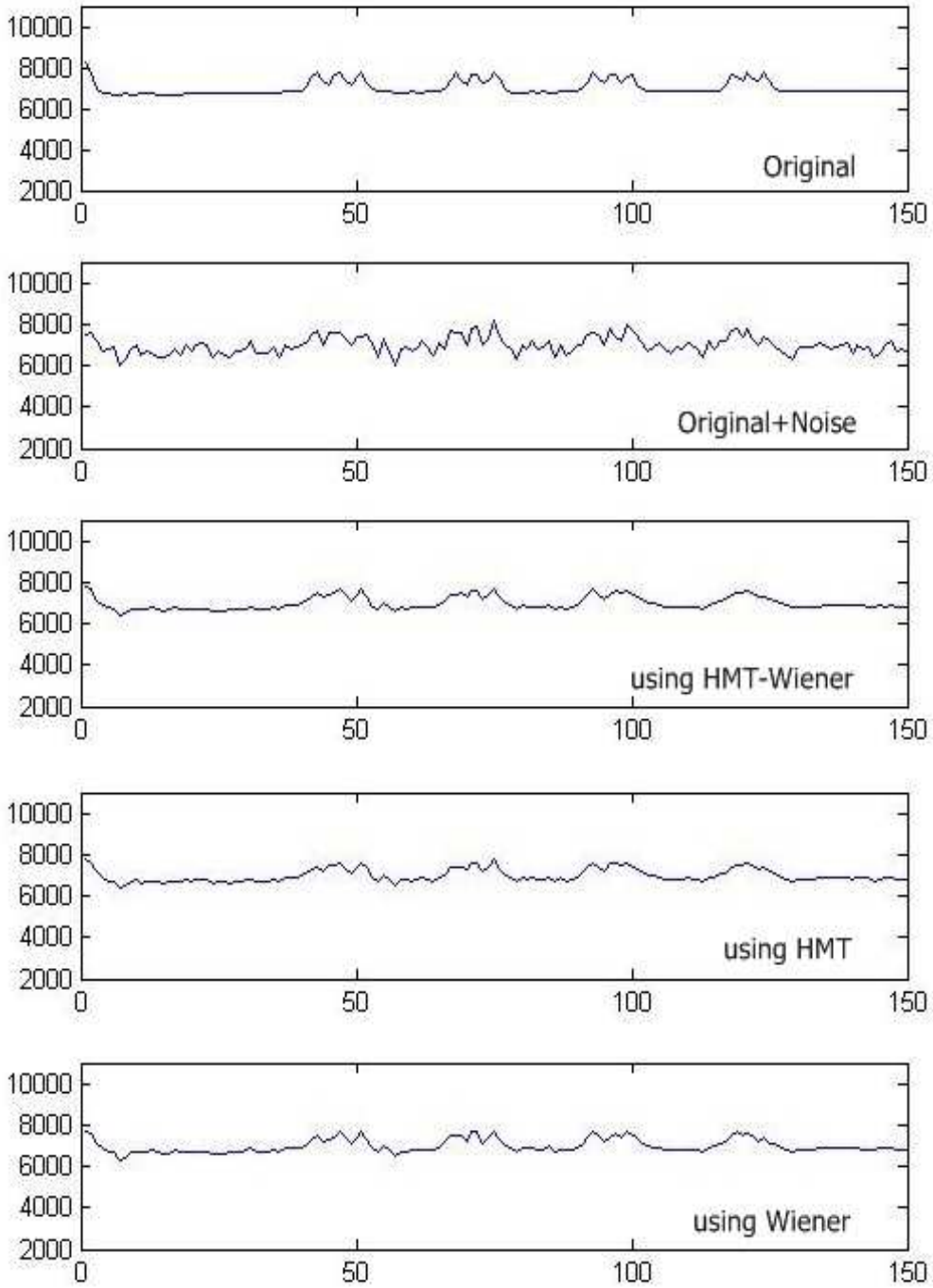


그림 3-18 비교된 잡음제거 방식을 통한 결과영상 선 B의 단면

4장 결 론

본 연구에서는 기존의 웨이블렛 변환 등을 이용한 다해상도 변환을 통한 잡음 제거방법을 개선하기 위해서 라플라시안 피라미드 변환을 이용한 Hidden Markov Tree와 위너 필터를 접목한 잡음제거 방법을 제안하였다. 기존에 연구 되었던 웨이블렛 변환을 이용한 Hidden Markov Tree를 이용한 잡음제거 기법과 비교하면 웨이블렛 변환 방식보다 라플라시안 피라미드 변환을 이용하였을 때 처리속도를 대략 1/3정도의 시간으로 줄였고 SNR값도 2~3dB정도 좋아짐으로써 기존의 방식보다 상당히 개선됨을 확인하였다.

그리고 기존에 잡음제거 기법으로 사용하였던 Hidden Markov Tree를 이용한 잡음제거 방식과 위너 필터를 이용한 잡음제거 방식보다 더욱 성능이 좋은 잡음제거 기법을 제안하기 위해 위의 두 기법을 접목한 HMT-Wiener 기법을 제안하였다. 이 기법은 기존의 방식과 비교하여 추가하는 잡음의 표준편차크기에 따라 SNR값이 2~6dB 향상됨을 확인하였다. 특히 많은 양의 잡음 추가될수록 기존의 기법과 비교하여 더욱 향상된 결과를 나타냄을 확인하였다. 그리고 잡음을 제거함으로써 생성되는 영상의 블러링 효과도 기존의 방식에 비해서 상당히 개선됨을 확인하였다. 팬텀영상과 같은 경우 기존의 방식으로는 제대로 복원이 안되던 해상도부분이 제안한 HMT-Wiener방식으로는 복원이 이뤄짐을 확인함으로써 영상에 발생되는 블러링이 상당부분 개선됨을 확인하였다.

그러나 HMT-Wiener 기법은 training 과정에서 상당히 많은 계산량을 요구한다. 그리하여 영상크기에 상당한 제약을 받게 된다. 현재의 프로그램은 MATLAB을 이용하여 구현되어 있으므로 디지털방사선영상에서 보편적으로 생성되는 3000*3000크기의 영상을 처리하지 못함으로써 이것을 개선하고자 Visual C++을 이용한 프로그램 코딩이 필요하다. 그리고 제안한 잡음제거방식의 과정 중에 MAD를 이용하여 잡음의 표준편차를 추정한다. MAD방식보다 더욱 정확한 잡음을 추정함으로써 더욱 개선된 잡음제거를 실행할 수 있다. 그리하여 정확한 잡음을 추정하는 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

[1] E. T. Parks, G. F. Williamson, "Digital radiography : An overview", Journal of contemporary dental practice, vol 3, no 4, 2002.

[2] D. K. Shin, J. S. Lee, S. H. Lee, I. S. Park, D. Y. Kim, "DR Image Enhancement Using Multiscale non-linear gain control for laplacian pyramid transform" Journal of Biomedical Engineering Research vol 2, pp199 - 204, 2007.

[3] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, "Digital Image Processing", Prentice Hall, 1992.

[4] N. Jacob, A. Martin, "Image Denoising In The Wavelet Domain Using Wiener Filtering", December 17, 2004.

[5] M. Kazubek, "Wavelet domain image denoising by thresholding and Wiener filtering" Signal Processing Letter, IEEE, vol 10, Issue 11, Nov, 2003.

[6] D. L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding", IEEE Trans. Inform. Theory, vol 41, pp613 - 627, May, 1995.

[7] D. L. Donoho, I. M. Johnstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage" Journal of the American Statistical Assoc, vol 90, no 432, pp1200 - 1224, December, 1995.

[8] M. S. Crouse, R. D. Nowak, R. G. Barabiuk, "Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models", IEEE Trans. Signal Proc, vol 46, pp886 - 902, Apr. 1998.

[9] S. G. Mallat, "A theory for multiresolusion signal decompose wavelet representation", IEEE Trans. Pattern Analysis, Intelligence, vol 11, no 7, pp674 - 693, July 1989.

[10] R. M. Rao, A. S. Bopardikar, "Wavelet Transforms : Introduction to Theory and Application", Addison-Wesley, 1998.

[11] M. Kazubek, "Wavelet Domain Image Denoising by Thresholding and Wiener Filtering" IEEE Signal Processing Letters, vol 10, no 11, November 2003.

[12] D. L. Donoho " Wavelet Shrinkage and W.V.D.: A 10-minute Tour", Stanford University

[13] A. D. Stefano, P. R. White, W. B. Collis, "Training Methods for Image Noise Level Estimation on Wavelet Components" Journal Signal Processing vol 16 pp2400 - 2407, 2004.

[14] R. J. Ferrari, R. Winsor, "Digital Radiographic Image Denoising Via Wavelet-Based Hidden Model Estimation" Journal of Digital Imaging, vol 18, no 2, pp154 - 167, June 2005.

[15] L. R. Rabiner, "A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition" IEEE FELLOW, October 1988.

[16] E. P. Simoncelli, E. H. Adelson, "Noise removal via Bayesian wavelet coring", Image Processing, vol 1, pp379 - 382, September 1996.

[17] A. K. Jain, "Fundamentals of Digital Image Processing", Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1989.

[18] P. J. Burt, E. H. Adelson, “The laplacian pyramid as a compact image code", IEEE Trans. Communications, vol 31, no 4, pp532 - 540, Apr 1983.

ABSTRACT

A Study on the Digital radiograph Image Denoising using Hidden Makov Tree and Wiener Filtering Based on Laplacian Pyramid

Park. In-Sung
Dept. of Biomedical Engineering
The Graduate School
Yonsei University

In this paper, we proposed Digital Radiograph Image Denoising using Hidden Makov Tree and Wiener Filtering Based on Laplacian Pyramid. Anscombe's transformation uses to adjust the original image, corrupted by Poisson noisem to a Gaussian noise model. We gain noise's deviation by Mean Absolute deviation method. Also we gain Hidden Markov Tree parameters and Wiener filter on the training stage. Finally we denoise Digital Radiograph Image using the Hidden Markov Tree parameters and Wiener filter.

We used real Digital Radiograph Image to compare wavelet transform and laplacian pyramid transform using proposed method. Processing time is 32.97 second using wavelet transforma and 12.33 second using laplacian pyramid transform. We compared proposed method (HMT-Wiener), Hidden Markov Tree method and Wiener Filter method using laplacian pyramid transform. The proposed method achieved 2~6 dB in SNR better than the Hidden Markov Tree method, Wiener filter method. For the phantom Digital Radiograph Image,

proposed method reduces more noise and improves image blurring effect.

Hidden Markov Tree, Wiener Filter, Laplacian pyramid transform, Anscombe′ transformation, Mean Absolute deviation