

운동 중 피부온도 추정을 위한
비선형 상태공간 모델 설계에 관한 연구

연세대학교 대학원

의공학과

한 영 면

운동 중 피부온도 추정을 위한
비선형 상태공간 모델 설계에 관한 연구

연세대학교 대학원

의공학과

한 영 면

운동 중 피부온도 추정을 위한
비선형 상태공간 모델 설계에 관한 연구

지도 윤 형 로 교수

이 논문을 석사 학위논문으로 제출함

2012년 7월 4일

연세대학교 대학원

의공학과

한 영 면

한영면의 석사 학위논문으로 인준함

심사위원 _____ 인

심사위원 _____ 인

심사위원 _____ 인

연세대학교 대학원

2012년 7월 4일

감사의 글

졸업 논문을 마무리하고 감사의 글을 적으려 하니, 지난 대학원에서의 일들이 주마등처럼 스쳐갑니다. 먼저 지금까지 아낌없는 지원을 해주신 윤형로 교수님께 감사드립니다. 또한 졸업논문을 꼼꼼히 지도해주신 신태민 교수님과 박성빈 교수님께도 감사의 마음을 전합니다.

한 팀으로 항상 함께한 노연식, 윤자웅, 권이석, 정재훈, 윤욱진, 황인섭 모두에게 고맙다는 말과 늘 건강과 행복이 함께 하길 기원합니다. 오랜 시간 함께 한 심명현, 정상오, 정운모, 윤찬술, 김민용, 연구실 막내 정주홍에게도 진심으로 고맙다는 말을 전합니다. 그리고 이균정 선배님, 최우혁, 박철희의 앞날이 늘 화창하길 기원합니다.

어린 시절부터 지금까지 우정을 쌓아온 김승주, 정명재, 강덕원, 박수화, 장계수, 양준석, 이영재에게도 고마움을 전합니다.

어린 시절부터, 저희 두 형제를 돌봐주시고, 밤낮으로 기도해주시는 외할머님께 감사드립니다. 또한, 저희 가족을 항상 걱정해주시는 어머니, 아버지께도 진심으로 감사드립니다.

마지막으로, 하늘에 계신 부모님과 사랑하는 다지와 사랑하는 딸 한소현에게 이 논문을 바칩니다.

2012년 7월 4일 한영면

차 례

그림 차례	i
표 차례	ii
국문요약	iii
제1장 서론	1
제2장 이론적 배경	3
2.1 체온 조절	3
2.1.1 평상시 체온 조절 기전	4
2.1.2 운동 중 체온 조절 기전	6
2.1.3 피부온도와 심부온도의 관계	8
2.2 동적 모델링	9
2.2.1 동적 시스템	9
2.2.2 동적 시스템 모델링	9
2.2.3 상태공간 방정식(State-space equation)	10
2.2.4 상태공간 방정식과 전달함수	11
2.2.6 선행 연구: 운동 중 HR의 비선형 동적 모델링	14
2.2.7 Nonlinear least square system identification 방법	17
2.2.7.1 Steepest Descent Method (SD)	18
2.2.7.2 Gauss-Newton Method (GN)	19
2.2.7.3 Levenberg-Marquardt Method (LM)	21
2.2.7.4 SD, GN, LM 방법의 최적해로 수렴	22
제3장 운동강도에 대한 체온변화의 동적 모델	23
3.1 제안하는 동적 모델	23
3.2 상태공간모델	25
제4장 System Identification을 위한 실험 설계	29
4.1 피험자 데이터	29

4.2 실험 방법 및 과정.....	29
4.2.1 실험 프로토콜.....	30
4.3 데이터 수집환경 및 데이터 처리.....	30
4.4 모델 매개변수 추정(Parameter estimation).....	32
4.5 시뮬레이션과 실제 데이터의 통계 검정.....	34
제5장 실험 결과 및 토의.....	35
5.1 추정된 상태공간 모델의 매개변수.....	35
5.2 모델의 적합성.....	36
제6장 고찰.....	40
제7장 결론.....	42
참고 문헌.....	43
ABSTRACT.....	45

그림 차례

그림 1 열부하에 대한 생리적 반응도.....	5
그림 2 추위에 대한 생리적 반응도.....	5
그림 3 운동 중에 발생 및 손실하는 에너지의 시간에 따른 변화.....	6
그림 4 일정한 부하로 운동을 하는 동안에 대사량과 심부온도사이의 관계.....	7
그림 5 9.6Km/h로 60분간 운동시 심부온도와 평균 피부온도와의 관계.....	8
그림 6 상태공간 선형 시불변 시스템의 블록도.....	10
그림 7 운동강도 별 Δ 심박수 응답(a)과 이 응답의 1차선형 모델의 응답(b).....	14
그림 8 Cheng이 제안한 HR의 비선형 동적 모델.....	15
그림 9 Rosenbrock function.....	22
그림 10 SD 1000회 수행.....	22
그림 11 GN 6회 수행.....	22
그림 12 LM 53회 수행.....	22
그림 13 제안하는 모델.....	23
그림 14 실험 프로토콜.....	30
그림 15 계측모듈과 벨트전극.....	31
그림 16 계측모듈과 벨트전극 후면.....	31
그림 17 피험자1의 시물레이션데이터(실선)와 측정데이터(점선).....	37
그림 18 피험자2의 시물레이션데이터(실선)와 측정데이터(점선).....	38
그림 19 피험자3의 시물레이션데이터(실선)와 측정데이터(점선).....	39

표 차례

표 1 피험자의 신체적 정보: 나이, 키, 몸무게, BMI	29
표 2 각 피험자의 추정된 매개변수	35
표 3 측정데이터와 시뮬레이션 데이터의 통계데이터	36

국문요약

운동 중 피부온도 추정을 위한 비선형 상태공간 모델 설계에 관한 연구

연구 목적은 트레드밀 운동 중과 운동 종료 후, 비선형적인 피부온도변화의 상태공간 모델을 설계하는 것에 있다. 생리학 기전을 기반으로, 운동 강도에 대한 체온조절기전의 상태공간 모델을 구성하였다. 모델은 자율신경계를 대변하는 중앙응답모델, 대사량의 변화를 대변하는 지역응답모델, 심부온도를 대변하는 심부온도응답모델로 구성하였다. 모델은 이 구성요소들의 내부피드백 시스템으로 이루어져 있다. 이 모델의 매개변수를 추정하기 위해, 3명의 피험자를 대상으로 시스템확인(System Identification)을 위한 실험을 수행하였다. 이 모델에 스텝 입력(5,6km/h)에 대한 시스템의 출력을 수집하였다. 그 후, 피험자의 입력과 출력 데이터를 MIMO(Multiple Input and Multiple Output)의 시스템으로 구성하여, 레벤버그-마르카토 방법으로 최적화 과정을 수행하여 매개변수를 추정하였다. 그리고, 시스템의 적합성을 확인해보기 위해서 모델의 시뮬레이션 데이터와 실측데이터를 비교하였다. 그 결과, 개인별 모델에 적합하다고 판단하였다.

본 연구에서 제안한 비선형 동적 피부온도변화 모델은 제어의 대상이 될 수 있다는 것에 의미가 있다고 본다. 향후, 심부온도 계측을 통해 모델을 설계한다면, 체온을 예측해야 하는 열상예방 시스템에 응용이 가능할 것으로 사료된다.

핵심 되는 말 : 트레드밀 운동, 비선형 상태공간모델, 심부온도 응답모델, 시스템확인, 체온예측, 내부피드백 시스템

제1장 서론

높은 체온으로 인해 입는 신체적 상해(열상)는 미국의 학교에서 운동 중 사망하는 원인 중 3위를 차지 한다[1]. 특히 군대에서도 열상이 문제가 되어 WBGT(Wet Bulb Globe Temperature)지수를 만들어 열상을 예방하고자 한다[2]. 또한 스포츠에서도 높은 체온에 의한 운동 능력 저하 및 위험에 대해 연구가 되었다[3-5]. 이러한 열상을 예방하기 위하여, 실시간으로 심부온도를 예측하고 경고하는 시스템이 요구되었고, 이 시스템은 생리학적 임계온도 40도를 기준으로 열상을 예방하고자 한다[6, 7]. 이러한, 열상 예방시스템들은 주어진 환경에서 체온을 예측하는 모델을 기반으로 한다.

체온을 예측하기 위해서는 합리적인 모델이 필요하다. 이러한 모델은 순수 생리학적 원칙에 의거한 모델과 순수 데이터 기반의 모델이 있다[8]. 전자의 모델은 모든 사람의 평균 체온 추세를 표현하는 것에는 효과적이지만, 개별적인 환경에 노출된 사람들의 체온 추세를 표현하는 모델로는 부족하다. 후자의 경우는 생리학변수와 환경변수를 독립변수로 하여 체온이라는 종속변수를 이끌어내는 수학적 모델링을 말한다. 이 방법은 모든 사람의 평균적인 체온추정에는 효과적이지 않으나, 특정환경에 노출된 집단의 체온 추정에는 효과적이다. 본 연구의 모델은 후자의 모델이다. 왜냐하면, 본 논문의 초점은 운동이라는 환경에 놓인 집단의 피부온도를 모델링 하는 것이므로, 앞서 말한 바와 같이 후자의 모델이 더 효과적이기 때문이다. 그래서 본 연구는 생리학적 근거에 기반해 운동 중 피부온도변화의 수학적 모델을 설계하고, 실제 측정데이터를 기반으로 모델의 최적매개변수를 추정하였다.

운동 중 심부체온의 변화는 운동 강도와 관련이 있다. 운동을 함에 따라 대사 요구량은 운동간에 지속적으로 증가한다. 이에 대한 신체의 응답으로 심혈관 시스템은 혈액과 산소를 활성 근육으로 이동시킨다. 이것은 심박수(HR)증가, 심부온도의 증가, 피부온도의 감소, 심박출량의 증가, 혈압의 증가로 반영된다. 이러한 생리학 변수 중 HR과 피부온도의 계측은 가장 쉬운 변수이다.

Brodan과 Hajek은 운동간, 회복간의 HR응답을 모델링 했다[9, 10]. 이들의 모델은 장시간으로 운동했을 때 HR응답을 설명하기에 충분하지 않았다. 왜냐하면 HR은 오랜

시간 운동을 하는 경우 체온, 탈수, 피로 등의 대사량 변화로 인해 비선형으로 변화하기 때문이다. Su는 헤머스테인(Hammerstein) 시스템으로 HR응답을 모델링 하였고, HR의 비선형성분을 선형화하기 위해 피드포워드(Feed-forward)를 구성하여 모델링 하였다 [11]. 이들은 모두 자율신경계만이 심박리듬을 조절한다고 가정하였다. Cheng은 HR시스템을 중앙(Central)응답에 피드백 되는 지역(Local)응답으로 모델링 하였다[12]. 중앙응답은 자율신경계, Local응답은 대사량증가(체온증가, 피로누적 등)을 의미하며, 이들을 이용하여 다중입력-다중출력 동적 시스템(Multiple-Input and Multiple-Output, MIMO)으로 모델링 하였다. 이전 연구와 달리 운동 강도에 따른 HR응답모델을 자율신경계뿐만 아니라 대사량을 통합하여 상태공간모델로 표현하였으며, MIMO으로 매개변수를 추정하였다. 이러한 Cheng의 연구에서 관심 입출력은 HR과 트레드밀(Treadmill)속도이다.

운동 중 피부온도 변화와 심박수변화는 함께 변하며 생리학적으로 복잡하게 연결되어 있다. 그래서, 본 연구는 운동 중 운동강도에 따른 피부온도의 변화를 모델링 하기 위해 Cheng의 모델을 기반으로 한다. Cheng의 연구에서 Local응답의 한 부분으로 언급한 피부체온 변화를 계측하여, 운동 중 피부온도변화를 모델링 하였다. 먼저 Cheng의 모델을 기반으로 운동강도에 대한 피부온도와 HR응답의 상태공간모델을 디자인하고, 20대 건강한 피험자 3명을 대상으로 모델확인(Identification)을 위한 실험을 수행하였다. 실험 프로토콜은 3분간 안정, 15분간 걷고 15분동안 회복하는 운동프로토콜로 5,6Km/h의 속도에 대해 피부온도와 HR을 수집하였다. 수집한 데이터를 이용하여 제안하는 상태공간 모델의 최적매개변수(Optimum parameter)를 비선형-매개변수-추정(Nonlinear parameter estimation)방법을 통해 모델링 하였다. 그리고 모델링의 적합성을 확인한 결과, 통계적으로 적합한 모델임을 확인하였다.

본 연구에서 제안하는 모델의 기대 효과는 개인 맞춤형 운동 프로그램과 심장재활에 필요한 HR regulation에 응용이 가능 할 것이고, 열상 예방시스템의 기초 모델로써 이용되어 체온 변화의 추정이 필요한 응용어플리케이션에 이용 될 수 있을 것이다.

제2장 이론적 배경

2.1 체온 조절

세포체계와 대사경로는 체온의 영향을 받기 때문에 심부온도의 조절은 매우 중요하다. 예를 들어, 대사 경로를 조절하는 효소는 온도변화에 영향을 크게 받는다. 인간의 정상체온은 약 37도로써 45도 이상 증가하면 효소의 단백질이 파괴되어 결국 사망에 이를 수 있다. 반면 34도 이하로 체온이 감소하면 신진대사가 원활하지 못하게 되어 비정상적으로 심장의 부정맥을 유발 할 수도 있다[13]. 그러므로 체온을 일정하게 유지 시키는 것은 매우 중요하다. 우리의 인체는 체온이 변화하면 다시 정상으로 회복시키려는 항상성(homeostasis)을 갖는다. 체온을 일정하게 유지하기 위해서는 열생성과 열손실의 비율이 일치해야 한다. 이를 위해 체온을 적절히 조절해주는 것을 체온 조절(thermoregulation)이라 한다. 이러한 체온 조절 기구로는 온도수용기, 체온조절중추, 효과기가 있다[14].

◆ 온도수용기(Thermoreceptor)

온도 수용기에는 말초수용기(피부)와 심부수용기(시상하부)가 있으며, 이들 수용기에 감지된 피부온도 및 심부온도의 변화에 대한 정보를 시상하부의 체온조절중추로 전달한다.

◆ 체온조절중추(Thermoregulation center)

체온조절중추인 시상하부에서는 말초 및 심부의 온도수용기에서 전달된 체온 변화에 대한 정보를 기준점(set point: 37°C)과 비교·분석하여 열 생산 및 열 발산에 대한 적절한 명령을 해당 효과기에 내려준다.

◆ 효과기(Effector)

체온조절중추의 명령을 받아들여 효과를 나타내는 기관이다. 만약 내려진 명령이 열의 발산이라면 피부에서는 혈관을 확장시키고, 땀샘을 자극하여 발한량을 증가시킴으로써 열을 발산할 것이다. 또한 열 생산에 대한 명령을 받게 된다면, 피부혈관 수축과 땀 분비를 감소시켜 열의 손실을 감소시키고, 골격근에서는 떨림(shivering)에 의한

열 생산을 증가시키게 될 것이다.

◆ 열평형(Thermal equilibrium)

체온은 체내에서 발생된 열과 손실되는 열 사이의 균형에서 나타나며, 이러한 균형이 깨질 경우 체온은 변화한다. 인체는 생명유지와 활동을 위해 끊임없이 에너지를 생산해내야 하고 이 과정에서 생성된 열은 외부로 방출하여야 한다. 만약 방출하지 못한다면 열은 체내에 저장되고 체온을 증가시키는 원인이 된다. 이와 동시에 추운 외부에, 신체가 노출될 경우는 오히려 체온을 유지하기 위해 더 많은 열을 생산해 내거나 외부로부터 열을 얻는다. 인체가 열을 얻거나 방출하는 열의 전달 방식에는 복사, 전도, 대류, 증발을 통해 가능하다[14].

2.1.1 정상시 체온 조절 기전

사람의 체온이 37도에서 비교적 일정하게 유지되는 기전은 크게 두 가지를 들 수 있다. 첫째는 의식적인 행동을 통한 체온유지, 둘째는 불수의적으로 일어나는 신체반응을 통한 생리적 조절기전이 있다. 생리적 기전은 신경구조와 시상하부를 통해 이루어진다. 시상하부 전엽은 주로 체온 증가에 관여하는 반면, 시상하부 후엽은 체온의 감소에 관여한다. 시상하부는 설정된 온도를 중심으로 일정한 온도를 유지하려 한다 [15].

체온변화 정보는 피부와 심부에 있는 온도 수용기에서 시상하부로 전달된다. 주위 환경의 온도변화는 1차적으로 피부에 있는 온도수용기에 의해 감지되어 시상하부로 전달 되고, 시상하부는 적정온도를 유지하기 위해 적절한 반응을 시작한다. 또한 온도변화에 민감한 수용기들은 척추와 시상하부에 위치하고 있다. 그림 1은 심부온도 상승과 관련된 생리학적 반응을 보여준다. 심부온도가 설정온도 이상으로 증가할 때, 열손실량을 증가시키는 일련의 생리학적 반응을 시상하부가 시작한다. 먼저 시상하부는 땀분비선을 자극해서 증발에 의한 열손실을 증가시키고, 혈관의 운동신경 중추는 말초혈류량을 증가시켜, 심부온도를 혈액을 통해 피부로 전달하여 열손실량을 증가 시킨다. 심부온도가 정상으로 돌아오면, 땀 분비와 혈관확장을 촉진하는 자극이 제

거된다. 그림 2는 추위에 대한 신체의 반응을 묘사하고 있다[13].

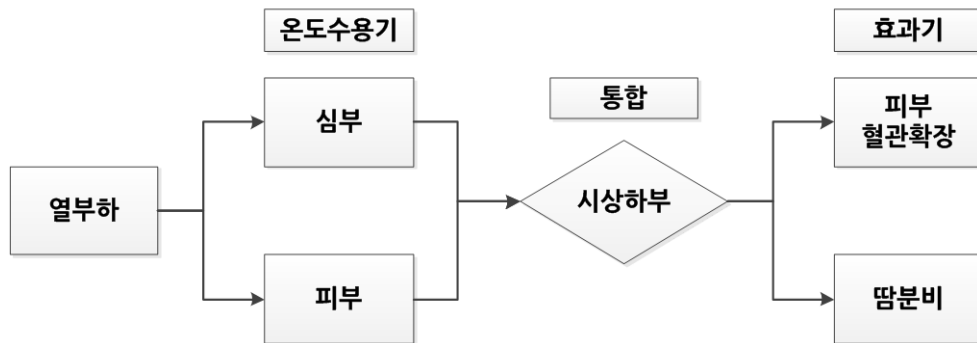


그림 1 열부하에 대한 생리적 반응도

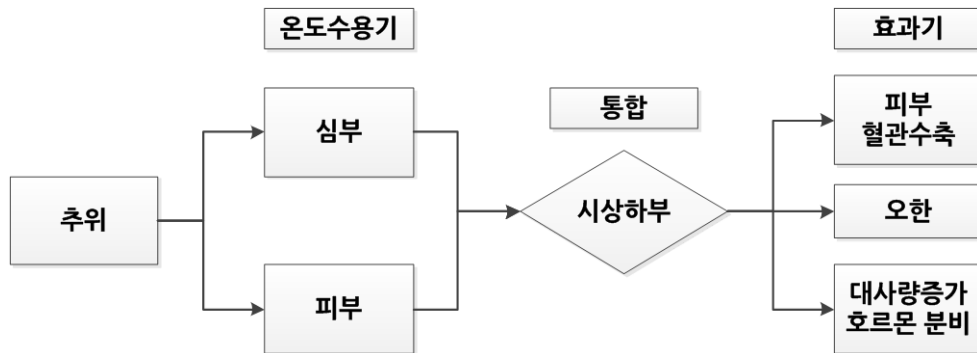


그림 2 추위에 대한 생리적 반응도

2.1.2 운동 중 체온 조절 기전

운동시 근육의 수축은 열을 생성하고, 열 생성량은 운동강도와 정비례한다[13]. 운동근육을 흐르는 정맥혈은 체내 열의 초과에 관여하게 되고, 심부온도가 증가함에 따라 시상하부는 설정온도와 비교하여 온도차이를 감지한다. 온도 차이를 감지한 시상하부는 신경계를 통해 땀샘을 자극하고, 말초 혈류량을 증가시키는 반응을 한다. 이런 반응은 열 손실을 증가시켜 심부온도의 증가를 최소화 시킨다. 여기서 심부온도는 새롭게 설정되어 37도가 아닌 새로운 온도로 설정 된다.

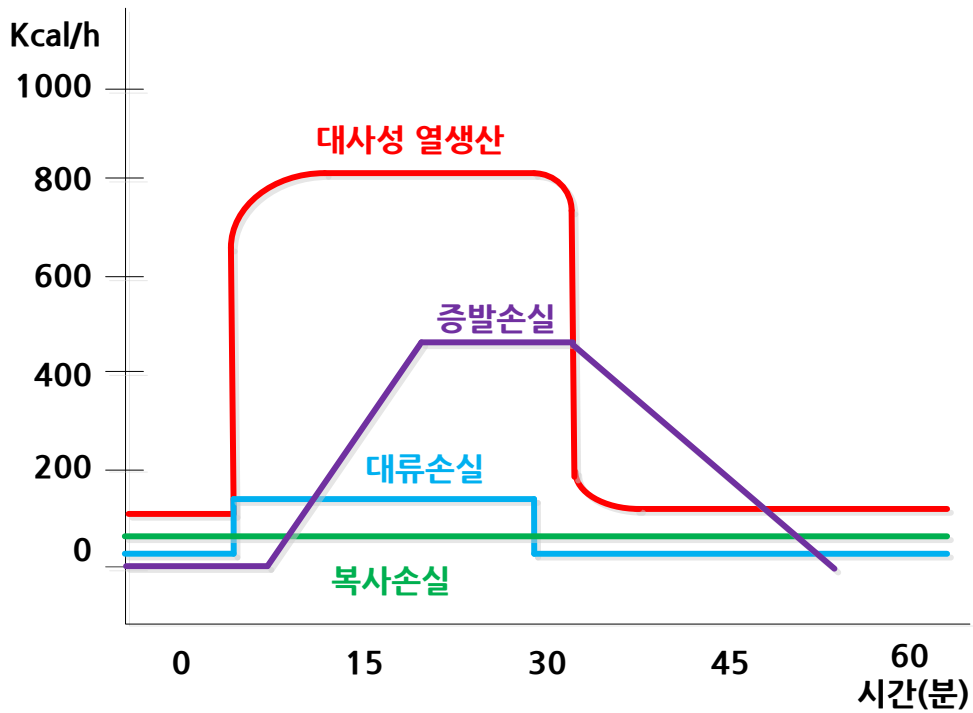


그림 3 운동 중에 발생 및 손실하는 에너지의 시간에 따른 변화

심부온도 조절 중추인 시상하부는 새로운 안정온도 이전으로 되돌리려 하지만, 운동과 관련하여 유지된 상태에서 이전 상태로 돌아가는 것은 열생성 측면에서 불가능하다. 그림 3은 적절한 환경에서 지속적 부하운동 시 열손실 면에서 대류, 복사, 증발의 역할을 보여준다. 대류와 복사의 역할은 지속적이긴 하지만 작다. 이것은 피부와 실내의 온도차이 때문에 그렇다. 대조적으로 증발은 이런 형태의 운동에서 열손실에 매우 중요한 역할을 한다. 지속적인 부하운동 중 심부온도의 증가는 운동강도와 직접적인 관련이 있으며, 주변온도(8~25도, 낮은 습도)와는 무관하다. 그림 4를 보면 대사율이 증가함에 따라 심부온도는 선형적으로 증가하는 것을 알 수 있다[13].

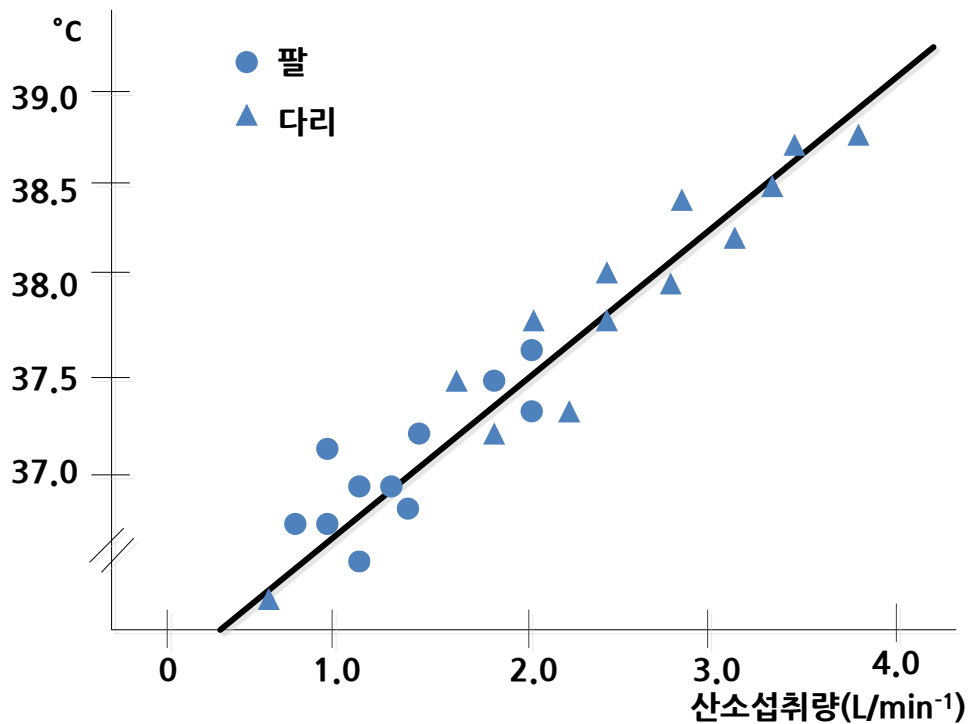


그림 4 일정한 부하로 운동을 하는 동안에 대사량과 심부온도사이의 관계

2.1.3 피부온도와 심부온도의 관계

그림 5는 지속적인 운동강도로 60분간 운동했을 때의 심부온도(직장)와 피부온도와의 관계를 보여준다[16]. 운동에 의해 심부온도가 상승하면 피부혈관의 확장을 통해 혈류량이 증가하고, 말초에서 냉각된 혈액이 따뜻한 심부로 돌아가는 순환이 반복된다. 심부온도는 운동을 시작한 후 곧 새로운 단계로 증가하고, 회복될 때까지 이 단계를 유지한다. 동시에, 피부의 온도는 대류, 복사, 증발 때문에 감소하고 이러한 변화의 결과로 피부와 심부 사이의 온도차이가 증대된다. 따라서 운동 중의 열 생산은 앞서 말한 체온조절 기능에 의해 환경온도가 변하거나 운동을 통해 열이 발생해도 심부온도는 일정범위 내에 유지된다.

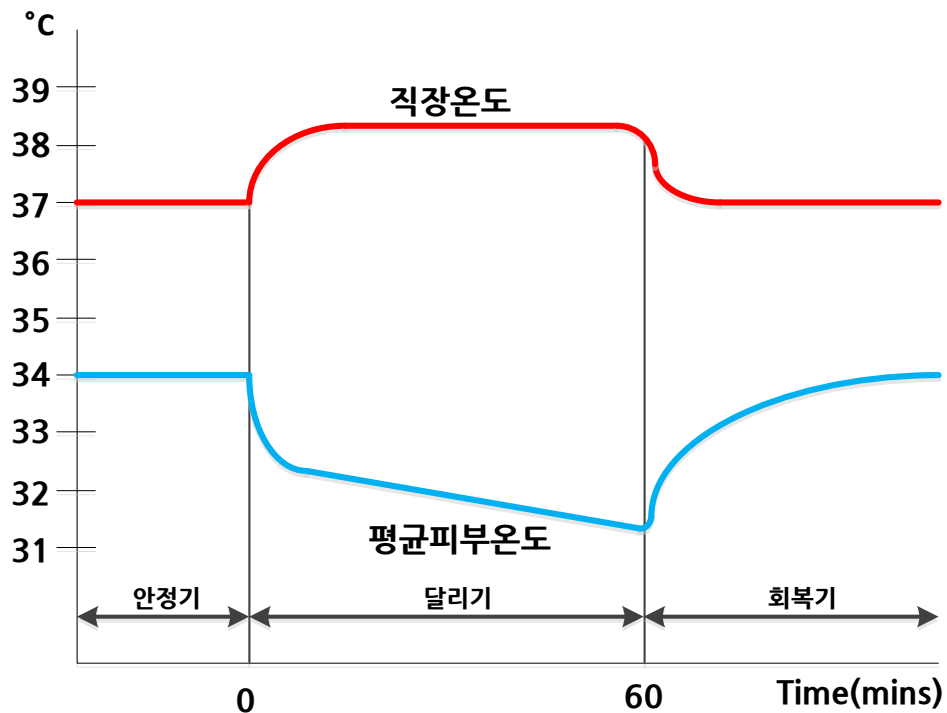


그림 5 9.6Km/h로 60분간 운동시 심부온도와 평균 피부온도와의 관계

2.2 동적 모델링

2.2.1 동적 시스템

정적 시스템은 출력이 가해진 입력에 따라 출력이 결정되며 시간에 따라 변하지 않는 출력을 갖는다. 반면 동적 시스템은 과거의 입력이 현재의 출력에 영향을 주어 입력이 일정하거나 제거되어도, 출력이 시간에 따라 변화하는 시스템이다[17]. 전기회로에서 저항으로만 이루어진 시스템은 정적인 시스템이고, 저항성소자(Capacitor)나, 유도성소자(Inductor)같은 동적인 요소가 포함되면 동적 시스템이다. 우리 인체를 모델링하는데 있어서는 동적 모델링이 적합하다고 할 수 있다.

2.2.2 동적 시스템 모델링

동적 시스템 모델링(Dynamic modeling)은 대상을 수학적으로 표현하는 작업이다. 일반적으로 모델링작업은 주어진 대상의 동특성을 나타낼 수 있는 변수를 선정하고, 기존의 물리법칙들을 이용하여 변수들의 상호관계를 찾는 것이다. 동적 시스템에 대한 모델링 방법은 크게 주파수영역 접근법과 시간영역 접근법으로 구분된다. 주파수영역 접근법은 전달함수, 시간영역 접근법은 상태공간 방정식으로 표현된다. 주파수영역 모델링은 단일 입출력(Single-input and single-output, SISO) 선형 시불변 시스템(Linear time-invariant, LTI)을 모델링 하는 적절한 방법으로서 시스템의 입력과 출력 사이의 동특성(Dynamic characteristic)을 나타낸다. 시간영역의 상태공간 모델링은 보다 일반적인 다변수입출력(Multiple-Input and Multiple-Output, MIMO)시스템, 선형 뿐만 아니라 비선형 시스템까지도 모델링 하기에 적합하다[17]. 시간영역 모델링 방법은 시스템의 상태를 시스템의 상태변수와 입력변수로 완전하게 묘사하는 상태 방정식(State equation)과, 시스템에서 관심 있는 변수인 출력을 상태변수와 입력변수로 표현한 출력 방정식으로 나타낸다. 현대의 모든 고급제어 모델링은 상태공간모델을 이용하고 있다[18].

2.2.3 상태공간 방정식(State-space equation)

시스템의 상태 공간은 임의의 지정된 시간에서 시스템의 상태를 완전하게 서술하는데 필요한 임의의 최소변수의 집합이다. 이와 같이 시스템을 정의할 수 있는 임의의 최소 변수들($x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_n(t)$)을 상태 변수라 하고, 입력신호($u_1(t), u_2(t), u_3(t), \dots, u_n(t)$)를 알면 미래의 출력뿐만 아니라 상태변수의 거동을 충분히 파악할 수 있다. 상태변수의 1차 도함수를 선정된 상태변수와 시스템의 입력변수의 함수로 표시하는 식(1)을 상태방정식이라 한다. 또한 관심 있는 변수를 상태변수와 입력변수의 함수로 표시하는 식(2)를 출력 방정식이라 한다. 이 두 식을 상태공간방정식이라고 한다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (2)$$

여기서, $\mathbf{x}(t) \in R^n$, $\mathbf{u}(t) \in R^m$, $\mathbf{y}(t) \in R^p$ 는 각각 상태변수, 입력변수, 출력변수의 벡터이고, $\mathbf{A}(n \times n), \mathbf{B}(n \times m), \mathbf{C}(p \times n), \mathbf{D}(p \times m)$ 는 상수행렬이다. 그리고 $R^n, R^{n \times m}$ 각각 n 차원 벡터, $n \times m$ 행렬들의 집합을 나타낸다.

이 상태공간 방정식을 블록다이어그램으로 나타내면 그림 6과 같다.

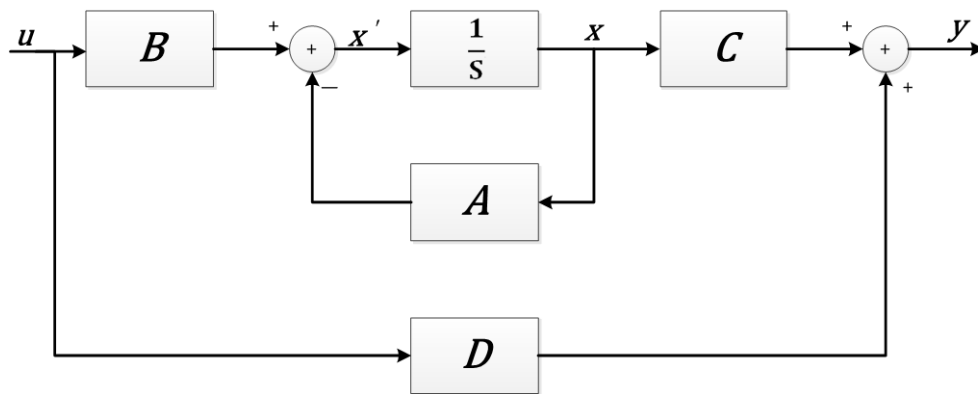


그림 6 상태공간 선형 시불변 시스템의 블록도

2.2.4 상태공간 방정식과 전달함수

식(1), 식(2)을 라플라스 변환을 취해보면

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}(0) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (3)$$

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s) + \mathbf{D}\mathbf{U}(s) \quad (4)$$

전달함수는 초기상태가 0일 때의 입력 $\mathbf{U}(s)$ 와 출력 $\mathbf{Y}(s)$ 사이의 관계이므로, 초기 조건을 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$ 으로 놓고 식(3)을 정리하면

$$\begin{aligned} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) &= \mathbf{B}\mathbf{U}(s) \\ \mathbf{X}(s) &= (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U}(s) \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)를 식(4)에 대입하고 정리하면

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(s) &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{U}(s) + \mathbf{D}\mathbf{U}(s) \\ \mathbf{Y}(s) &= [\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}]\mathbf{U}(s) \end{aligned} \quad (6)$$

따라서, 식(1)와 등가인 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(s) &= \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} \\ &= \frac{[\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}]\mathbf{U}(s)}{\mathbf{U}(s)} \\ &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \end{aligned} \quad (7)$$

시스템의 상태공간 모델, 행렬 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ 가 주어지면 전달함수 행렬 $\mathbf{G}(s)$ 는 유일하다. 즉 주어진 전달함수(Transfer function)에 대한 상태공간 모델은 여러 개가 있다.

$\forall \mathbf{P}$ 는 비특이(Nonsingular)행렬이며,

상태변수 식(1)의 $\mathbf{x}(t)$ 대신 새로운 상태변수 $\mathbf{z}(t) = \mathbf{P}\mathbf{x}(t)$ 를 정의하면

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{z}(t) \quad (8)$$

식(8)의 $\mathbf{z}(t)$ 를 미분하면

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{P}\dot{\mathbf{x}}(t) \\
 &= \mathbf{P}[\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)] \\
 &= \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\
 &= \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{z}(t) + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{u}(t)
 \end{aligned} \tag{9}$$

식(2)에 식(8)을 대입하여 $\mathbf{z}(t)$ 대해 정리하면

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \\
 &= \mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)
 \end{aligned} \tag{10}$$

식(9)(10)을 정리하면, 각각 식(11)(12)로 형태가 된다.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_i\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_i\mathbf{u}(t) \tag{11}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_i\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}_i\mathbf{u}(t) \tag{12}$$

식(11)(12)의 계수행렬 $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}$$

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{P}\mathbf{B}$$

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}$$

$$\mathbf{D}_i = \mathbf{D}$$

식(11)(12)는 새 변수 $\mathbf{z}(t)$ 에 관한 상태방정식과 출력방정식으로 $\mathbf{z}(t)$ 를 상태변수로 하는 새로운 상태공간모델이 된다.

새로운 상태공간 모델, 즉 식(11)(12)의 전달함수 $\mathbf{G}_i(s)$ 를 구해보면

$$\begin{aligned}
 \mathbf{G}_i(s) &= \mathbf{C}_i(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_i)^{-1}\mathbf{B}_i + \mathbf{D}_i \\
 &= \mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}(s\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1})^{-1}\mathbf{P}\mathbf{B} + \mathbf{D} \\
 &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \\
 &= \mathbf{G}(s)
 \end{aligned} \tag{13}$$

식(13)과 식(7)이 같다. 즉 식(1)(2)와 식(11)(12)처럼 다른 상태공간모델이면서 동일한 전달함수를 갖는다. 이를 등가시스템이라 한다. 즉, 하나의 전달함수에 대응하는 상태공간모델은 수없이 많이 존재함을 알 수 있다.

2.2.6 선행 연구: 운동 중 HR의 비선형 동적 모델링

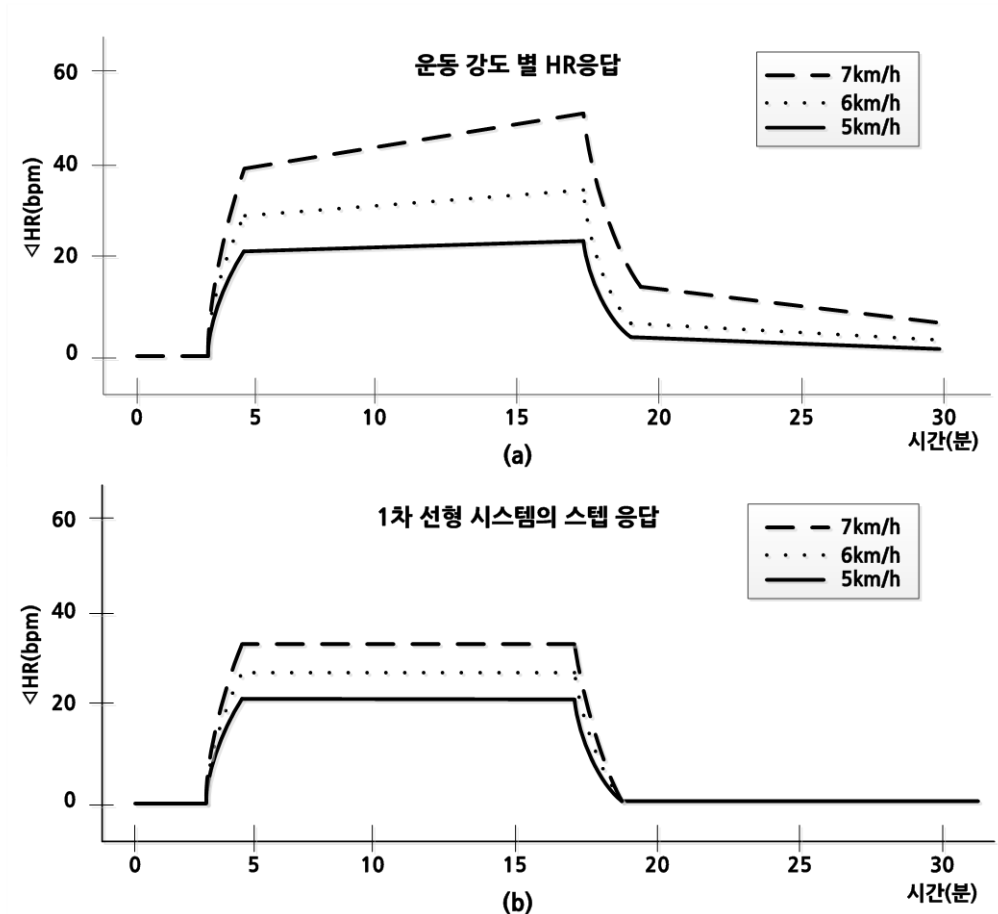


그림 7 운동강도 별 Δ 심박수 응답(a)과 이 응답의 1차선형 모델의 응답(b)

Cheng은 운동중과 운동후의 HR의 비선형성을 모델링 했다[12, 19]. 그림 7(a)는 트레드밀에서 5,6,7Km/h로 운동했을 때의 평균 HR응답을 보여주고, 그림 7(b)는 이 응답을 1차 선형 시스템으로 모델링 했을 때의 스텝입력에 대한 출력을 보여주고 있다. 여기서 HR의 비선형성이란, 첫째 트레드밀 속도에 비례하지 않는다. 둘째 과도응답이 지난 안정상태에서 드리프트 현상을 보이며, 회복기에서 과도반응이 운동 강도에 따라 다르게 나타난다. 이러한 점은 그림 7(b)의 이상적인 1차 선형 모델의 전형적인 응

답과는 시정수와 안정상태 출력 면에서 대조된다. 선형 시스템의 과도응답의 시정수는 입력크기에 대해 불변이다. 제한된 입력에 대해서는 제한된 출력이 나온다. 이러한 특징을 만족하지 않는 HR의 비선형 응답을 상태공간방정식으로 모델링 하였다.

Cheng의 연구 이전의 HR모델들은 짧은 시간의 운동에 대한 HR응답은 모델링이 가능했으나, 오랜 시간의 운동에 대한 HR응답 모델링에는 미흡하였다.

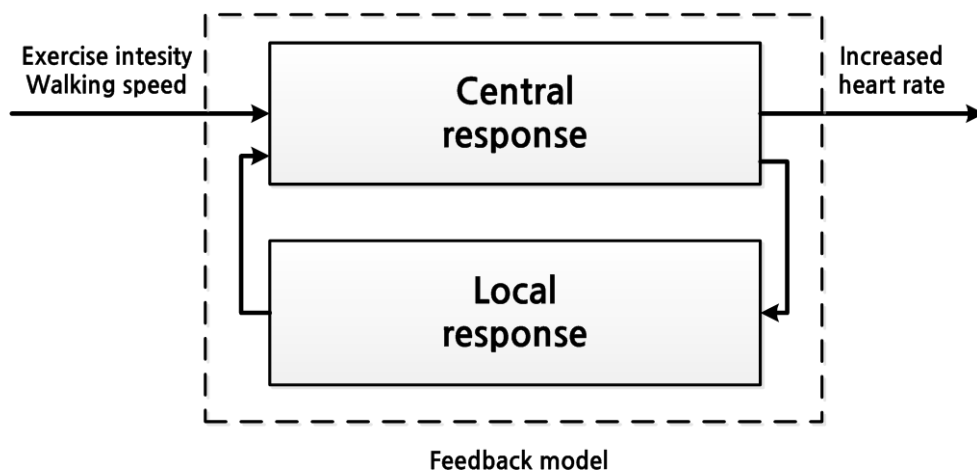


그림 8 Cheng이 제안한 HR의 비선형 동적 모델

그림 8는 Cheng이 제안한 HR응답 모델이다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \bar{\vartheta}(z(t)) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}^2(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \tag{14}$$

식(14)에서, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$, $\bar{\vartheta}(z(t)) := \vartheta(z(t)) \frac{1}{a_4}$ ⁱ

ⁱ 기호(:=): $A := B \rightarrow A$ 는 B 로 정의한다

그리고, $A := \begin{bmatrix} -a_1 & a_2 \\ 0 & -a_3 \end{bmatrix}$, $B_1 := \begin{bmatrix} 0 \\ a_4 \end{bmatrix}$, $B_2 := \begin{bmatrix} a_2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T$

따라서, 식(15)과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + a_2u^2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -a_3x_2(t) + \bar{\vartheta}(z(t)) \\ z(t) &= x_1(t) \\ \bar{\vartheta}(z(t)) &:= \bar{\vartheta}(z(t)) \frac{1}{a_4} \end{aligned} \tag{15}$$

운동 중에 HR응답은 자율신경계(Central response, x_1)로부터 주된 영향을 받으며, 운동으로 인한 대사활동으로 신체기관의 반응(Local response, x_2)이 중앙(x_1)으로 피드백 되어 HR응답을 결정한다고 가정하고 모델링을 하였다. x_1 은 운동강도(입력)에 대한 중앙응답으로 자율신경계에 기인하는 ΔHR 이다. x_2 는 운동으로 인한 호르몬변화, 근육 및 기관의 대사량변화, 체온증가, 땀, 과호흡과 같은 복잡하고 느리게 나타나는 영향을 통틀어 설명한다. u 는 트레드밀의 속도, $\bar{\vartheta}(z(t))$ 는 Sigmoidal 함수로 HR응답의 비선형을 설명하며 $z(t)$ 는 ΔHR 이다. 다시 말하면, 운동으로 인한 현재의 Δ 대사요구량(x_2)과와 현재 ΔHR 에 의한 비선형응답 $\bar{\vartheta}(z(t))$ 이 누적(x_2)되어 중앙(x_1)으로 피드백 되고, 중앙(x_1)에서는 운동강도(u^2)와 현재의 $\Delta HR(x_1)$ 및 피드백 된 대사요구량의 변화(x_2)가 누적되어 $\Delta HR(x_1=z)$ 이 출력으로 결정된다.

2.2.7 Nonlinear least square system identification 방법

Levenberg-Marquardt(LM) 방법은 비선형최소자승문제(Nonlinear Least Square Problem, NLSP)를 푸는 일반적인 방법이다. NLSP는 모델함수와 측정된 데이터 포인트 사이에 에러제곱합(Sum of the squares of the errors, SSE)을 최소화하며, 측정데이터를 기반으로 모델의 매개변수를 추정할 수 있다. 그리고 NLSP는 모델이 비선형일 때 발생한다[20]. NLSP 푸는 방법들은 측정데이터와 모델데이터 간에 에러를 최소화 하기 위해 매개변수를 최적화하는 반복개선(Iterative improvement)하는 연산을 수행한다. LM은 두 가지의 최적화 방법으로 구성되어 있다. 하나는 기울기-하강(Gradient descent, GD)방법과 다른 하나는 가우스-뉴턴(Gauss-Newton, GN)방법이다. GD방법은 SSE가 최소자승(Least square, LS)함수, 즉 목적함수(Objective function)의 최대 경사방향의 반대방향으로 매개변수를 업데이트 시키는 방법이다. GN방법은 목적함수가 Locally quadratic이라고 가정하고, 목적함수의 최소값을 찾음으로써 SSE를 줄여 최종에는 최소값으로 수렴한다. LM 방법은 매개변수가 최적 값으로부터 멀리 있을 때는 GD 방법에 가깝게 찾아가고, 최적 값에 가까울 때는 GN방법으로 찾아 간다.

일반적인 목적함수는 식(16)과 같다.

$$S(\mathbf{a}) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \left[\frac{y(t_i) - \hat{y}(t_i, \mathbf{a})}{w_i} \right]^2 \quad (16)$$

$$= \frac{1}{2} [\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a})]^T \mathbf{w} [\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a})] \quad (17)$$

$$= \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{w} \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{w} \hat{\mathbf{y}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{y}}^T \mathbf{w} \hat{\mathbf{y}} \quad (18)$$

식(16)에서 $y(t_i)$ 는 실제 측정된 데이터이고, $\hat{y}(t_i, \mathbf{a})$ 에서 \mathbf{a} 는 모델 방정식의 매개변수 벡터이며, $\hat{y}(t_i, \mathbf{a})$ 는 추정된 매개변수에 독립변수 즉, 추정된 모델의 데이터이다. \mathbf{w} 는 가중치-행렬(Weighted matrix)로서 $w_{ii} = \frac{1}{w_i^2}$ 인 대각행렬(Diagonal matrix)이다. 일반적으로 NLSP에서 목적함수는 가중치최소자승(Weighted least square)형태이다. 여기서 가중치는 오차가 큰 데이터 세트와 그렇지 않는 데이터 세트에 가중치를 부여 함으로서

매개변수 추정 값의 신뢰도를 높인다. 여기서 \hat{y} 가 매개변수 \mathbf{a} 대해 비선형일 경우, 목적함수 $S(\mathbf{a})$ 를 최소화하는 매개변수 \mathbf{a} 를 추정하는 반복연산을 수행해야 한다. 이 반복연산의 목적은 $S(\mathbf{a})$ 의 값을 최소화하는 매개변수 \mathbf{a} 의 변화 \mathbf{h} 를 찾기 위함이다.

2.2.7.1 Steepest Descent Method (SD)

GD방법은 최급강하(Steepest descent, SD) 방법으로 널리 알려져 있다. 이 방법은 목적함수의 기울기에 반대 되는 방향으로 매개변수를 조정하여, 목적함수를 최소화 하는 최적의 매개변수를 찾는 방법이다. 반복연산 횟수가 늘어감에 따라 최적의 포인트로 수렴하게 된다[21].

목적함수 $S(\mathbf{a})$ 를 \mathbf{a} 에 관해 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}} S(\mathbf{a}) &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a}))^T \mathbf{w} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a})) \\ &= -(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a}))^T \mathbf{w} \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} \right) \\ &= -(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a}))^T \mathbf{w} \mathbf{J} \end{aligned} \quad (19)$$

식(19)에서 \mathbf{J} 는 Jacobian 행렬로, 목적함수의 각 매개변수에 관한 기울기(Gradient)를 보여주는 매트릭스이다.

$$\mathbf{J} = \left[\frac{\partial \hat{\mathbf{y}}}{\partial a_1}, \frac{\partial \hat{\mathbf{y}}}{\partial a_2}, \dots, \frac{\partial \hat{\mathbf{y}}}{\partial a_n} \right]$$

식(19)은 $S(\mathbf{a})$ 의 \mathbf{a} 에 관한 도함수로 기울기 벡터 $:= \mathbf{J}^T \mathbf{w} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a}))$ 이다.

매개변수 \mathbf{a} 는 식(20)의 반복연산으로 목적함수를 최소화하는 방향으로 수렴해간다.

$$\mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{a}_i - \mu \mathbf{h}_{gd} \quad (20)$$

식(20)에서 μ 는 SD의 Step size이고, $\mu > 0$ 인 상수이다. \mathbf{h}_{gd} 는 \mathbf{a}_i 에서의 목적함수 $S(\mathbf{a})$ 의 기울기이며 식(21)과 같다.

$$\mathbf{h}_{gd} = \mathbf{J}^T \mathbf{w} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a})) \quad (21)$$

2.2.7.2 Gauss-Newton Method (GN)

GN 방법은 최적해(Optimal solution)에서 가까운 매개변수에 대해 목적함수를 2차 형태로 근사화하여 추정한다[22, 23]. 일반적으로 최적해에 근사한 초기-매개-변수값 (Initial guess parameter)을 정할 경우, SD보다 빠른 수렴속도를 보인다.

실제 데이터와 시뮬레이션 데이터간 잔차(Residual)는 $\mathbf{r} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a})$ 이다. $\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a})$ 에서 \mathbf{a} 가 미소 값 \mathbf{h} 만큼 변했을 때의 값을 $\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a} + \mathbf{h})$ 이라 하자.

$\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a} + \mathbf{h})$ 를 테일러 급수(Taylor series expansion)로 전개 해보면

$$\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a} + \mathbf{h}) = \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a}) + \frac{\partial \hat{\mathbf{y}}}{\partial \mathbf{a}} \mathbf{h} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{y}}}{\partial^2 \mathbf{a}} + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \hat{\mathbf{y}}}{\partial^3 \mathbf{a}} \dots \dots \quad (22)$$

식(22)을 1차 테일러 급수로 전개하면

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a} + \mathbf{h}) &\cong \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a}) + \frac{\partial \hat{\mathbf{y}}}{\partial \mathbf{a}} \mathbf{h} \\ &= \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{a}) + \mathbf{J}\mathbf{h} \end{aligned} \quad (23)$$

식(23)을 식(18)에 대입하면

$$\begin{aligned} S(\mathbf{a} + \mathbf{h}) &= \frac{1}{2} \mathbf{r}^T \mathbf{w} \mathbf{r} \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{w} \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{w} (\hat{\mathbf{y}} + \mathbf{J}\mathbf{h}) + \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{y}} + \mathbf{J}\mathbf{h})^T \mathbf{w} (\hat{\mathbf{y}} + \mathbf{J}\mathbf{h}) \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{w} \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{w} \hat{\mathbf{y}} + \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{w} \hat{\mathbf{y}} - (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{w} \mathbf{J}\mathbf{h} + \frac{1}{2} \mathbf{h}^T \mathbf{J}^T \mathbf{w} \mathbf{J}\mathbf{h} \end{aligned} \quad (24)$$

$S(\mathbf{a} + \mathbf{h})$ 는 \mathbf{h} 에 관한 2차형태(Quadratic form)으로 근사하며, $S(\mathbf{a} + \mathbf{h})$ 의 Hessian matrix(H)ⁱⁱ는 $\mathbf{J}^T \mathbf{w} \mathbf{J}$ 로 근사 한다.

ⁱⁱ Hessian matrix(H): 2차 편미분(Partial derivatives)의 정방행렬(Square matrix)

$S(\mathbf{a} + \mathbf{h})$ 가 2차형태이므로 S 를 최소화하는 조건은 $\partial S(\mathbf{a} + \mathbf{h})/\partial \mathbf{h} = 0$ 이다. 따라서, 이 조건을 만족하는 \mathbf{h} 는 목적함수 $S(\mathbf{a})$ 를 최소화하는 최적해이다.

식(24)의 $S(\mathbf{a} + \mathbf{h})$ 를 \mathbf{h} 관해 미분하면

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{h}} S(\mathbf{a} + \mathbf{h}) \cong -(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{w} \mathbf{J} + \mathbf{h}^T \mathbf{J}^T \mathbf{w} \mathbf{J} \quad (25)$$

$S(\mathbf{a} + \mathbf{h})$ 는 2차형태이므로, $\frac{\partial}{\partial \mathbf{h}} S(\mathbf{a} + \mathbf{h}) = 0$ 일 때, S 가 최소화된다.

식(25)를 정리하면

$$\begin{aligned} -(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{w} \mathbf{J} + \mathbf{h}^T \mathbf{J}^T \mathbf{w} \mathbf{J} &= 0 \\ (\mathbf{J}^T \mathbf{w} \mathbf{J}) \mathbf{h} &= \mathbf{J}^T \mathbf{w} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\mathbf{h} := \mathbf{h}_{gn} = (\mathbf{J}^T \mathbf{w} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{w} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad (27)$$

식(27)의 \mathbf{w} (Weighted matrix)가 \mathbf{I} (Identity matrix)라면 식(27)는

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{gn} &= (\mathbf{J}^T \mathbf{I} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{I} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ &= (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \end{aligned} \quad (28)$$

식(24)의 Hessian matrix는 $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ 이고, \mathbf{J}^T 는 Gradient(∇)ⁱⁱⁱ이며, $(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$ 을 \mathbf{r} 로 다시 쓰면

$$\mathbf{h}_{gn} = (\mathbf{H}_{S(\mathbf{a})})^{-1} \nabla r \quad (29)$$

식(29)의 \mathbf{h}_{gn} 은 가우스-뉴턴 스텝(Gauss-Newton step)이고, 식(30)는 최적 값을 찾기 위한 반복연산식이다.

$$\mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{a}_i - \mathbf{h}_{gn} \quad (30)$$

ⁱⁱⁱ Gradient(∇): 함수의 독립변수들에 관한 편미분(Partial derivatives)

2.2.7.3 Levenberg-Marquardt Method (LM)

GN방법은 NLSP에서 초기추정 값과 최적해와의 차이가 클 경우, 발산할 수 있다. LM방법은 SD와 GN 방법을 혼합하여 매개변수를 적절히 최적의 값으로 업데이트 한다[20, 24]. 식(26)을 다음과 같이 변형 시킨다.

$$\begin{aligned} (J^T w J + \lambda I) \mathbf{h}_{lm} &= J^T w (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ \mathbf{h}_{lm} &= (J^T w J + \lambda I)^{-1} J^T w (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \end{aligned} \quad (31)$$

식(31)의 \mathbf{h}_{lm} 은 LM Step이다. $\lambda \cong 0$ 일 경우 식(28)의 GN방법과 같다. 그리고 $\lambda \cong \infty$ 일 경우, SD방법과 유사하게 최적 솔루션으로 매개변수를 수렴시켜간다. LM방법은 목적함수의 최적해와 먼 거리에 있을 경우, SD방법과 유사하게 최적해 방향으로 수렴해 간다. 반면 최적해 인접해서는 λ 의 값이 감소되어, GN방법으로 최적해로 빠르게 수렴한다. 식(32)의 \mathbf{h}_{lm} 이 LM Step이다.

$$\mathbf{h}_{lm} = (J^T w J + \lambda \text{diag}(J^T w J))^{-1} J^T w (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^{iv} \quad (32)$$

최적 값을 찾기 위해 반복연산 식은 식(33)이다.

$$\mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{a}_i - \mathbf{h}_{lm} \quad (33)$$

^{iv} Diag(A): A 행렬의 주대각성분(Main diagonal)의 정방행렬(Square matrix)

2.2.7.4 SD, GN, LM 방법의 최적해로 수렴

최적화 알고리즘의 성능을 테스트 수행하는 함수 중, 대표적인 Rosenbrock 함수를 이용하여 3가지 방법의 차이점을 보겠다. 그림 9은 Rosenbrock 함수로 Non-convex 함수를 알 수 있으며 Rosenbrock 함수를 최소화하는 최적해의 좌표(1,1)이다. 그림 10은 SD 방법으로 최소값을 찾아 1000회 연산했을 경우에 최적점 근방에 도달함을 알 수 있다. 그림 11는 GN 방법의 수행 모습으로 초반에 발산 가능성을 보여준다. 하지만 초기값을 솔루션에 신접해서 설정했기 때문에 최적해에 6회 반복연산으로 수렴했다. 그림 12은 LM 방법으로 최적해를 찾는 개형이다. 초반에는 GN 방법처럼 에러에 급격히 반응하는 모습은 안보이고, 최적 해에 근접해서는 매우 빠르게(53회) 최적해로 수렴함을 볼 수 있다.

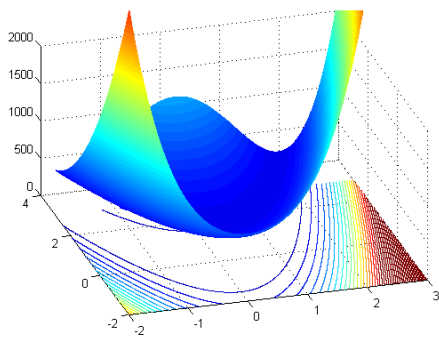


그림 9 Rosenbrock function

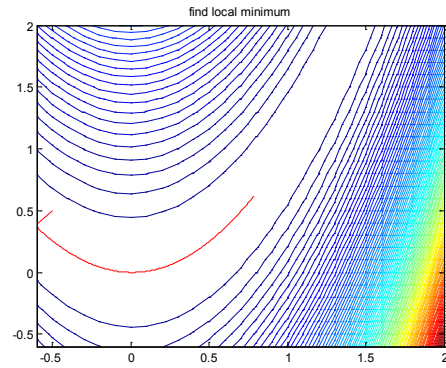


그림 10 SD 1000회 수행

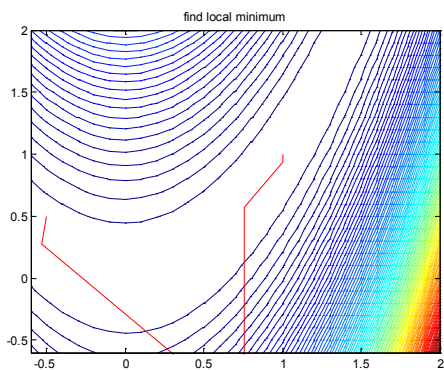


그림 11 GN 6회 수행

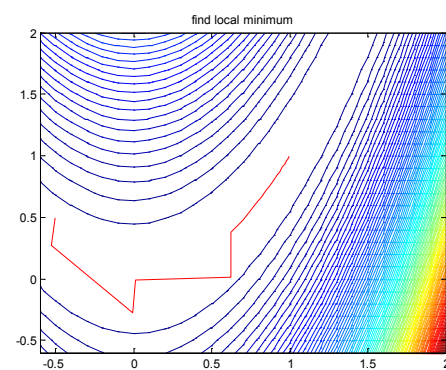


그림 12 LM 53회 수행

제3장 운동강도에 대한 체온변화의 동적 모델

3.1 제안하는 동적 모델

선행 연구에서는 운동 중 체온의 변화를 느린 로컬응답(x_2)의 하나라고 언급 하였다[19]. 그러나 본 연구에서는 운동 중 체온의 변화가 느린 로컬응답이 아닌, 심박수변화와 같이 운동강도에 직접 영향 받고, Local로부터 피드백 받는다고 가정하였다. 또한 심부온도의 변화는 다시 Central로 피드백 되어 ΔHR^v 변화와 Δ 심부온도^{vi} 변화에 영향을 준다고 가정하고 운동 중 흉곽의 피부온도변화를 모델링 하였다.

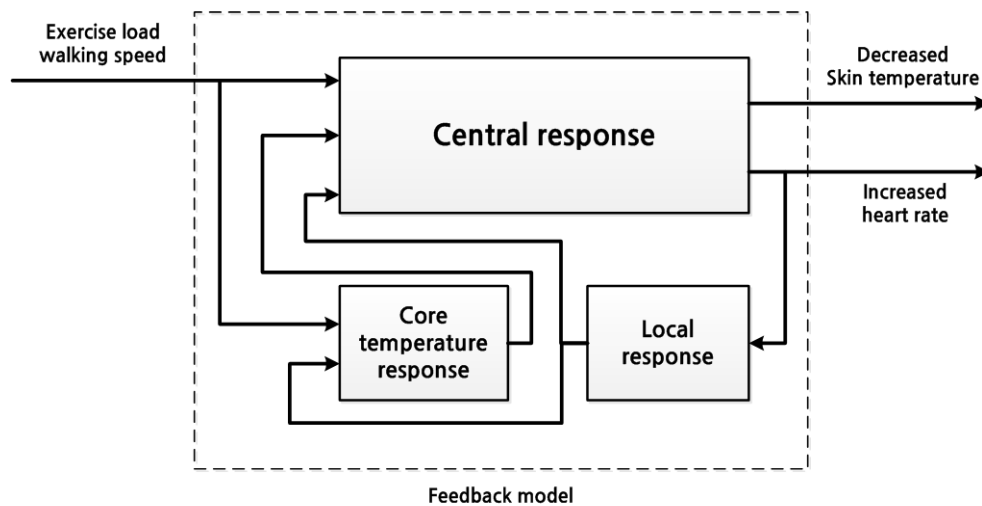


그림 13 제안하는 모델

^v $\Delta HR :=$ 운동 중 심박수 - 안정상태 심박수

^{vi} Δ 심부온도 := 운동 중 심부온도 - 안정상태 심부온도

본 연구의 모델은 운동 중, 운동 후 회복기의 피부온도 변화를 설명하는 비선형 상태공간 모델링과 확인(Model Identification)에 있다. 이 모델의 입력은 트레드밀의 스피드이고 모델의 출력은 심박수 변화와 피부온도의 변화이다. 모델의 확인은 시스템(피험자)에 스텝입력(스피드)으로 수집한 출력(심박수, 피부온도)으로 매개변수를 추정하였다. 각 매개변수의 추정은 MIMO Dynamical system의 매개변수추정(Parameter estimation)의 문제로 표현했다. 특히, 본 연구는 심부온도의 변화를 느린 Local response가 아닌 중앙응답과 같이 운동강도에 직접 영향 받는 것으로 모델링 하였고, 피부온도를 수집하여 상태공간 모델의 매개변수를 추정하였다. 심부온도는 일반적으로 직장온도를 의미한다. 운동 중에 직장온도의 변화를 측정하는 것이 쉽지 않기 때문에 선행 연구의 피부온도 변화와 심부온도의 변화가 반비례인 관계를 이용하여 피부온도를 모델링 하였다[16]. 피부온도는 외부환경의 영향을 크게 받는다. 특히 땀에 의한 증발의 영향이 가장 크기 때문에, 습도와 실험실온도 조절에 주의를 기울였다.

3.2 상태공간모델

본 연구에서 제안하는, 트레드밀 운동 중 피부온도변화의 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + a_3x_3(t) + a_4u^2(t) \quad (34)$$

$$\dot{x}_2(t) = -a_5x_2(t) + \emptyset(x_1(t)) \quad (35)$$

$$\dot{x}_3(t) = -a_8x_3(t) + a_9x_2(t) + a_{10}u(t) \quad (36)$$

$$y_1(t) = x_1(t) := \Delta HR \quad (37)$$

$$y_3(t) = -Cx_3(t) := \Delta \text{Skin Temperature} \quad (38)$$

여기서, $\emptyset(x_1(t)) := \frac{a_6x_1(t)}{1+\exp(-x_1(t)+a_7)}$, $u(t) := \begin{cases} v, & t \leq t_s \\ 0, & t > t_s \end{cases}$, 이 상태공간 모델은 그림 13를 수식화한 내부피드백 모델이다. 제안하는 모델의 입력변수, 상태변수, 관심(출력) 변수에 정의해보면, 다음과 같다.

$u(t)$:= 운동강도 즉, 트레드밀 속도.	입력
$x_1(t)$:= 운동으로 인한 ΔHR 의 변화.	상태변수1
$x_2(t)$:= 운동으로 인한 비선형 Δ 대사요구량 변화.	상태변수2
$x_3(t)$:= 운동으로 인한 Δ 심부온도의 변화.	상태변수3
$y_1(t)$:= ΔHR .	출력
$y_3(t)$:= $\Delta \text{Skin Temperature}$.	출력

초기 조건은 $\mathbf{x}(t) = [x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0)]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$ 이고, 매개변수 $a_i \in R$, $C \in R$, $a_i > 0, C > 0$ 이다. 관심변수 $\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ 0 \ y_3(t)]^T$, $y_1(t) :=$ 안정상태로부터의 ΔHR , $y_3(t) :=$ 안정상태로부터의 $\Delta \text{Skin Temperature}$ 이고 $u(t) :=$ 트레드밀 속도로서 8Km/h 정규화한 속도, $t_s :=$ 운동 시작 시점이다. $x_1(t)$ 은 운동에 의한 HR의 주요 변화 요인이고, $x_3(t)$ 는 심부온도의 주 변화 요인이다. 그리고, $x_2(t)$ 는 느리고 복잡한 Local peripheral에 의한 비선형적인 변화요인이다. 다시 말하면, 이 상태공간모델은 운동강도(입력)에 대해 인체의 항상성을 조절하는 중추신경계의 응답(심부온도와 HR 변화)을 모델링 한 것이고, 모델요소인 $x_2(t)$ 는 운동으로 인한 Local peripheral들의 대사

요구량, 호르몬, 과호흡 등의 비선형적인 변수를 통틀어 의미한다.

운동으로 인한 ΔHR 의 변화량은 운동강도(입력)가 제거 되면 $\Delta HR \cong 0$ 된다. 왜냐 하면 인체의 항상성 조절 때문에 ΔHR 은 안정상태로 돌아가려 하기 때문이다. 그래서 식(39)의 첫 항을 $-a_1x_1(t)$ 으로 설계하였다. 운동으로 인한 ΔHR 의 변화는 비선형적 Δ 대사요구량과 Δ 심부온도에 비례한다. 그래서 식(39)의 둘째 항과 셋째 항을 $a_2x_2(t) + a_3x_3(t)$ 로 설계하였다. 식(39)는 운동 강도를 입력으로 Δ 대사요구량과 Δ 심부온도의 양의 피드백 시스템을 갖는 구조를 갖고 있다.

$$\dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + a_3x_3(t) + a_4u^2(t) \quad (39)$$

운동 중 Δ 심부온도의 변화량은 운동강도가 제거될 경우 항상성 조절 때문에 Δ 심부온도 $\cong 0$ 된다. 운동을 하면 활성 근육은 에너지를 소비하게 되고 그에 따라 Δ 대사요구량도 함께 증가한다. 이때, 발생된 열은 심부온도를 높이게 되고 활성 근육을 흐르는 정맥은 심부온도 열을 피부로 이동시키는 것에 관여한다. 이 때의 열생성량은 운동강도 $u(t)$ 와 정비례한다[25]. 또한 심부온도가 증가함에 따라 시상하부는 설정온도와 비교하여 온도 차이를 감지한다. 시상하부는 심부온도를 유지하기 위해 신경계를 통해 땀샘을 자극하고, 말초혈류량을 증가시킨다. 이런 일련의 반응은 피부를 통한 열 손실을 증가시켜 심부온도의 증가를 최소화시킨다. 여기서 심부온도는 새롭게 설정되어 37도가 아닌 새로운 온도로 설정 된다[15]. 그래서 Δ 심부온도 변화량을 식(40)과 같이 설계하였다. 식(40)은 운동강도를 입력으로 $x_2(t)$ 의 양의 피드백 시스템을 갖는 구조로 되어 있다.

$$\dot{x}_3(t) = -a_8x_3(t) + a_9x_2(t) + a_{10}u(t) \quad (40)$$

여기서 관심변수, Δ 피부온도 $y_3(t)$ 는 피부온도와 심부온도의 반비례 관계를 바탕으로 식(41)로 표현하였다[16].

$$y_3(t) := -Cx_3(t) \quad (41)$$

운동으로 인한 Δ 대사요구량 변화도 인체의 항상성에 따라 입력이 없을 경우 Δ 대사요구량 $\cong 0$ 이다. 그래서

$$\dot{x}_2(t) = -a_5x_2(t) + \emptyset(x_1(t)) \quad (42)$$

$\emptyset(x_1(t))$ 는 운동중의 Δ 피부온도와 Δ HR의 드리프트와 회복구간에서 비선형 과도 응답을 묘사하는 함수이다.

$\emptyset(x_1(t))$ 와 이 함수의 특성은 다음과 같다.

$$\emptyset(x_1(t)) := \frac{a_6x_1(t)}{1 + \exp(-x_1(t) + a_7)} \quad (43)$$

$$x_1(t) \cong 0 \rightarrow \emptyset(x_1) \cong 0 \quad (44)$$

$$x_1(t) \gg a_7 \rightarrow \exp(-x_1(t)) \cong 0, \quad \therefore \emptyset(x_1(t)) = a_6x_1(t) \quad (45)$$

$$x_1(t) \ll a_7 \rightarrow \emptyset(x_1) \cong 0 \quad (46)$$

식(44)은 Δ HR(x_1)이 거의 0이므로, 안정상태를 의미한다. 이때 비선형(\emptyset)성분은 없다는 의미이다. 식(45)은 Δ HR(x_1)이 a_7 보다 굉장히 클 때, 분모 항이 1로 수렴하여 비선형(\emptyset)성분이 선형화됨을 의미한다. 식(46)은 Δ HR(x_1)이 a_7 보다 굉장히 작을 때, 분모 항이 분자 항에 비해 굉장히 크므로 비선형(\emptyset)성분이 0으로 수렴한다는 의미이다.

그래서, 위와 같은 경우에는 $x_1(t), x_2(t)$ 는 서로 독립이다. 다시 말하면, 식(44)(46)의 안정 시 및 운동 초반에는 $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ 가 독립이고, 반면에 식(45)의 운동을 일정시간 한 후에 안정기에서는 $\emptyset(x_1(t)) = a_6x_1(t)$ 으로 근사하여 비선형적인 드리프트(Drift) 현상을 보이게 된다. 이 드리프트 현상은 운동에서 비선형적으로, 느리게 발현되는 대사요구량의 변화를 의미한다.

만일, 식(43)에서 $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0, u(t) = small$ 일 경우, 즉 안정상태 및 가벼운 운동초기에 $x_1(t)$ 은 $\emptyset(z(t))$ 를 의미 있게 하기에 부족하며 $x_2(t)$ 는 0으로 근사한다. 그 결과, 식(47)(48)과 같이 표현된다.

$$\dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t) + a_3x_3(t) + a_4u^2(t) \quad (47)$$

$$\dot{x}_3(t) = -a_8x_3(t) + a_{10}u(t) \quad (48)$$

반면, 식(43)에서 $u(t)$ 가 충분히 크다면 즉, 적절히 큰 운동강도에서 $x_1(t)$ 은 식(43)의 $\emptyset(z(t))$ 항을 의미 있게 하기에 충분하고 $x_2(t)$ 는 더 이상 $x_1(t)$ 에 독립적이지 않게 된다. 따라서 이 모델은 $u(t)$ 의 입력 크기에 따라 매우 복잡해진다. 여기서 local 응답 $x_2(t)$ 는 $x_1(t)$ 의 크기가 클 때 더 의미가 있는 것을 알 수 있다. $x_1(t)$ 는 $x_2(t)$ 와 $x_3(t)$ 의 피드백과 $u(t)$ 의 크기에 영향을 받고, $x_2(t)$ 가 피드백 되어 들어오게 되며, 적절히 큰 운동강도에서 $x_2(t)$ 가 $x_3(t)$ 에 영향을 준다.

그래서, 식(49)(50)과 같이 표현된다.

$$\dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + a_3x_3(t) + a_4u^2(t) \quad (49)$$

$$\dot{x}_3(t) = -a_8x_3(t) + a_9x_2(t) + a_{10}u(t) \quad (50)$$

이전 연구에서 심부온도와 산소 소비량(운동강도)간에는 정비례한다고 알려져 있다. 그래서 $\dot{x}_3(t)$ 의 스피드를 $u(t)$ 로 모델링을 시도하였으나, 시뮬레이션 결과 $u^2(t)$ 가 적합하여 $u^2(t)$ 로 모델링 하였다.

제4장 System Identification을 위한 실험 설계

4.1 피험자 데이터

건강한 세 명의 남성이 연구에 참여하였다. 피험자의 신체 정보는 표 1과 같다. 피험자는 상의를 탈의하고 운동을 해야 하기 때문에 남성으로만 국한했다.

표 1 피험자의 신체적 정보: 나이, 키, 몸무게, BMI

피험자	나이(Age)	키(cm)	몸무게(Kg)	BMI
S1	29	168	65	23.03
S2	25	177	75	23.94
S3	26	178	70	23.67

4.2 실험 방법 및 과정

피부온도는 변화는 주변 환경에 의한 증발, 대류, 복사로 쉽게 영향 받는다. 특히 땀의 증발에 의한 영향이 가장 크기 때문에, 실험실의 온도와 상대습도 유지에 주의를 기울여 주변에 환경에 의한 피부온도 변화를 최소화하고자 하였다. 그래서 본 실험에서는 에어컨을 이용하여 $24 \pm 1^\circ\text{C}$ 를 유지하고, 상대습도는 $30 \pm 5\%$ 를 유지하였다. 또한 운동의 강도도 땀으로 인한 영향을 최소화하는 범위(5, 6Km/h)로 설정하였다. 피험자는 편안한 반바지와 상의를 탈의하고 운동을 하였다.

4.2.1 실험 프로토콜

그림 14는 실험 프로토콜을 보여준다. 피험자는 3분간의 안정상태를 갖고 트레드밀에서 15분간 걷도록 하였다. 운동 후에는 15분간의 회복기를 갖게 하였다. 안정상태 3분간은 피험자의 안정 시 심박수 데이터와 피부온도데이터를 기록하였고, 운동구간과 회복기까지 총 33분동안 심박수와 피부온도를 수집하였다. 회복기에는 피험자가 선 자세를 유지하도록 하였다. 실험의 운동 강도는 각 피험자는 실험 프로토콜과 같이 5Km와 6Km 2회에 걸쳐 심박수와 피부온도 데이터를 수집하였다

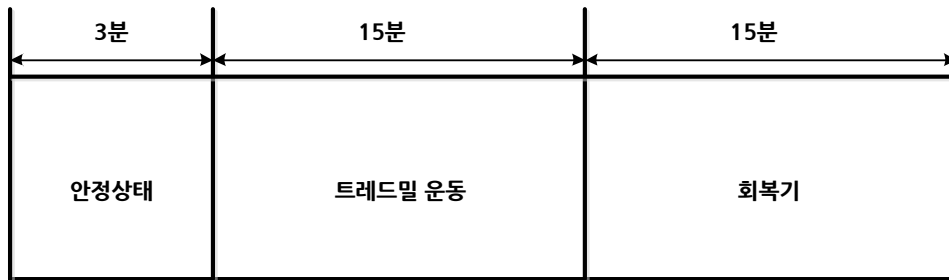


그림 14 실험 프로토콜

4.3 데이터 수집환경 및 데이터 처리

계측모듈은 자체 제작한 것으로 운동 중 심전도와 체온의 수집이 가능하다. 모듈의 MCU는 Cortex-M3(ST)이며 직물 직물벨트(Polar)에 장착하여 심전도와 체온을 계측하였다. 모듈은 흉곽에서 심전도와 피부온도를 계측하여 PC의 Labview로 블루투스를 이용하여 데이터를 전송한다. 온도센서는 LX90615ESG-DAA(Melexis)로서 동작 전압은 3V, 센싱 온도는 -40~+115도까지 이며 해상도는 0.02도이다. 내부에 초파중폭기와 아날로그 필터 내장되어 있고, 16bit ADC회로를 포함하고 있으며 I²C인터페이스를 이용하여 센서 주변온도와 물체의 온도가 디지털 값으로 출력된다. 이 센서는 교정(Calibration)이 필요 없는 센서이다.

체온데이터는 10(Sample/sec), 심전도는 360(Sample/sec)로 기록하였다. 기록된 데이

터는 MATLAB을 이용하여 데이터 처리를 하였다. 심전도에서는 R-R간격을 구하여 1초간격으로 리샘플링하여 분당심박수를 구하였다. 피부온도 데이터도 1초간격으로 리샘플링하였다. 이들 데이터들은 매개변수 추정(Parameter Estimation)을 위해 10초 이동 평균 필터를 이용하여 처리하고 10초 간격으로 다시 리샘플링하였다. 또한 매개변수 추정(Parameter Estimation)과정에서 베이스라인을 제거하고 적절히 스케일링하였다.



그림 15 계측모듈과 벨트전극



그림 16 계측모듈과 벨트전극 후면

4.4 모델 매개변수 추정(Parameter estimation)

실험에서 수집한 입력(스피드)데이터와 출력(피부온도, HR)를 바탕으로 제안한 모델에 대해 MIMO 매개변수 추정을 수행하였다.

MIMO-Parameter estimation은 $\arg \min_{a \in R, a \geq 0} S(a)$, 즉 목적함수 $S(a)$ 를 최소화하는 a 를 찾는 최적화 문제이다.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), a, u(t)) \quad (51)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (52)$$

식(51)(52)에서,

$$\begin{aligned} x(0) &= 0 \\ x &= [x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{21} \ x_{22} \ x_{23}]^T \in R^6 \\ a &= [a_1 \ a_1 \ \dots \ a_{10}]^T \in R^{10} \\ u &= [u_1 \ u_2]^T \in R^2 \\ y &= [y_{11} \ y_{12} \ y_{13} \ y_{21} \ y_{22} \ y_{23}]^T \in R^6 \end{aligned}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \in R^{6 \times 6}$$

식(51)을 전개하면,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{13} \\ \dot{x}_{21} \\ \dot{x}_{22} \\ \dot{x}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & a_2 & a_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_9 & a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_9 & a_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_4 & 0 \\ 0 & 0 \\ a_{10} & 0 \\ 0 & a_4 \\ 0 & 0 \\ 0 & a_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{5km/h}^2 \\ U_{6km/h}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \phi(x_1)$$

여기서,

$$\Delta\text{HR} := \text{현재HR} - \text{안정상태HR}$$

$$\Delta\text{대사량} := \text{현재 대사량} - \text{안정상태 대사량}$$

$$\Delta\text{심부온도} := \text{현재 심부온도} - \text{안정상태 심부온도}$$

또한,

$$x_{11} := \Delta\text{HR}(5\text{km/h})$$

$$x_{12} := \Delta\text{대사량}(5\text{km/h})$$

$$x_{13} := \Delta\text{심부온도}(5\text{km/h})$$

$$x_{21} := \Delta\text{HR}(6\text{km/h})$$

$$x_{22} := \Delta\text{대사량}(6\text{km/h})$$

$$x_{23} := \Delta\text{심부온도}(6\text{km/h})$$

식(52)를 전개 하면,

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ y_{13} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ y_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{bmatrix}$$

여기서,

$$y_{11} = x_{11} := \Delta\text{HR}(5\text{km/h})$$

$$y_{13} = -x_{13} := \Delta\text{피부온도}(5\text{km/h})$$

$$y_{21} = x_{21} := \Delta\text{HR}(6\text{km/h})$$

$$y_{23} = -x_{23} := \Delta\text{피부온도}6\text{km/h})$$

5, 6km/h의 데이터의 입출력을 하나의 MIMO 형태로 변환하여 MATLAB으로 매개변수를 추정하였다.

\mathbf{x}_i 는 상태변수(x_1, x_2, x_3)이고, 입력 u_i 는 트레드밀 속도(5, 6Km/h), 출력 y_i 는 관심변수 즉, 각 입력에 대한 Δ 심박수와 Δ 피부온도이다.

목적함수는

$$S(\mathbf{a}) = [\mathbf{y}(t_i) - \hat{\mathbf{y}}(t_i, \mathbf{a})]^T [\mathbf{y}(t_i) - \hat{\mathbf{y}}(t_i, \mathbf{a})] \quad (53)$$

식(53)의 $i = 1, 2, 3 \dots$, $\mathbf{y}(t_i)$ 는 실험간 시간 t_i 에서 수집한 출력 데이터이며, $\hat{\mathbf{y}}(t_i, \mathbf{a})$ 는 추정된 매개변수벡터 \mathbf{a} 와 t_i 에 대한 출력이다. 이 데이터 세트를 MATLAB을 이용하여 Levenberg-Marquardt method로 매개변수 \mathbf{a} 를 추정하였다.

정리하면 5-6Km/h의 두 개의 입력 데이터세트와 두 개의 출력 데이터세트를 모두 만족하는 모델의 최적 매개변수 $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{10}]^T \in R^{10}$, $a_i > 0$ 를 각 피험자 별로 추정했다.

4.5 시뮬레이션과 실제 데이터의 통계 검정

데이터의 유형은 시간에 따른 연속형태이다. 먼저 시뮬레이션 데이터와 실측 데이터간에 자승평균제곱오차(RMSE)와 결정 계수(R^2)를 구했다. 또한 모델의 적합성을 분산측면에서의 통계 검정으로 확인해보았다. 검정의 관점은 측정 데이터와 시뮬레이션 한 데이터간 분산의 비교이다. 데이터의 분산 측면에서는 시뮬레이션 데이터와 측정 데이터간에 분산에 차이가 없다는 가설로 유의수준(1%)으로 대응 F-검정(Two-sample F-test)을 수행하였다. 유의확률 p-value가 유의수준 보다 클 경우 영가설을 기각할 수 없다. 즉 비교 데이터가 동일분산이라는 뜻이다. 그 반대의 경우는 두 데이터의 분산이 통계적으로 같을 확률은 1%미만이므로, 데이터의 분산이 다르다는 대립가설을 채택하게 된다. 검정은 MATLAB을 이용했다.

제5장 실험 결과 및 토의

5.1 추정된 상태공간 모델의 매개변수

$$\dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + a_3x_3(t) + a_4u^2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -a_5x_2(t) + \emptyset(z(t))$$

$$\dot{x}_3(t) = -a_8x_3(t) + a_9x_2(t) + a_{10}u^2(t)$$

$$y_1(t) = 10 * x_1(t) := \Delta HR$$

$$y_3(t) = -2 * x_3(t) := \Delta Skin Temperature$$

여기서,
$$\emptyset(z(t)) := \frac{a_6x_1(t)}{1 + \exp(-x_1(t) + a_7)}$$

$$u(t) := \begin{cases} v/8, & t \leq t_s \\ 0, & t > t_s \end{cases}$$

표 2는 실험을 통해서 MATLAB으로 구한 매개변수의 값을 보여준다. 이 값을 이용하여 시뮬레이션 하였다.

표 2 각 피험자의 추정된 매개변수

Parameter	Subject		
	S1	S2	S3
a1	1.751	1.975	2.802
a2	1.042e-3	3.421e-1	2.649e-1
a3	8.377e-2	8.820e-2	5.346e-2
a4	7.483e-2	1.966e-1	1.730e-1
a5	1.000e-3	4.095	1.000e-8
a6	23.449	29.411	29.898
a7	9.9502e-3	2.804	5.000
a8	1.614	1.486	3.654
a9	4.507e-2	6.900e-3	5.559e-2
a10	1.073	1.030	1.775

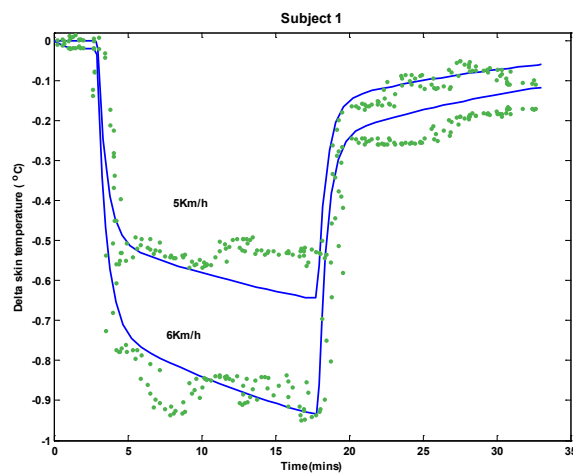
5.2 모델의 적합성

표 3은 속도 별로 측정된 HR과 피부온도, 시뮬레이션 데이터의 평균과 표준편차, R^2 , F-Test(alpha=0.01), 자승평균제곱오차(RMSE)를 보여준다.

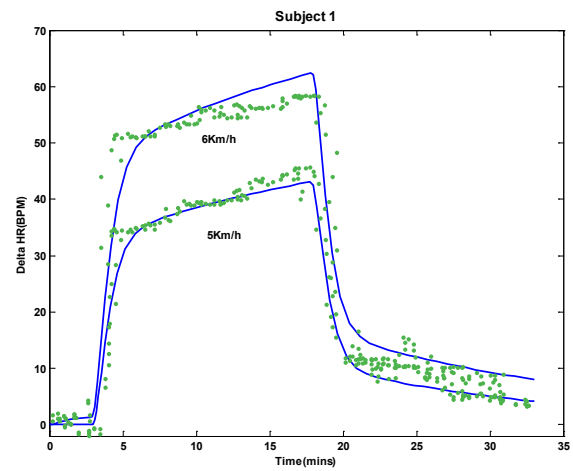
표 3 측정데이터와 시뮬레이션 데이터의 통계데이터

피험자	변수	Data	Mean	STD	R^2	F-Test	RMSE
S1	Δ 피부온도	5km/h 측정	-0.307	0.218	0.930	0.0111	0.074
		5km/h 시뮬레이션	-0.318	0.248			
		6 km/h 측정	-0.506	0.346	0.950	0.7126	0.091
		6 km/h 시뮬레이션	-0.475	0.347			
	Δ HR	5 km/h 측정	23.218	15.991	0.972	0.4457	3.288
		5 km/h 시뮬레이션	21.257	16.388			
		6 km/h 측정	30.262	23.626	0.966	0.7713	4.651
		6 km/h 시뮬레이션	31.649	23.007			
S2	Δ 피부온도	5 km/h 측정	-0.316	0.246	0.966	0.5376	0.060
		5 km/h 시뮬레이션	-0.289	0.257			
		6 km/h 측정	-0.436	0.373	0.973	0.8195	0.068
		6 km/h 시뮬레이션	-0.435	0.369			
	Δ HR	5 km/h 측정	21.377	12.751	0.952	0.0026	3.725
		5 km/h 시뮬레이션	20.892	15.388			
		6 km/h 측정	48.663	33.230	0.973	0.5486	5.085
		6 km/h 시뮬레이션	47.805	32.290			
S3	Δ 피부온도	5 km/h 측정	-0.266	0.166	0.916	0.1173	0.054
		5 km/h 시뮬레이션	-0.291	0.174			
		6 km/h 측정	-0.465	0.277	0.874	0.0523	0.102
		6 km/h 시뮬레이션	-0.428	0.249			
	Δ HR	5 km/h 측정	23.587	11.757	0.913	0.3317	4.004
		5 km/h 시뮬레이션	22.199	12.520			
		6 km/h 측정	30.840	16.259	0.922	0.0661	5.4299
		6km/h 시뮬레이션	32.666	17.933			

그림 17(a)는 피험자1의 5-6km/h에서 피부온도의 변화를 시뮬레이션 한 결과이다. 결정계수 값(R^2)은 각각 0.930와 0.950로 수치적으로는 시뮬레이션 데이터 주변에 측정 데이터가 잘 군집하고 있음을 보여준다. 또한 F-검정결과 p-Value가 각각 0.011, 0.7126으로 유의수준 1%에서 두 데이터가 동일분산임을 알 수 있다. 그림 17(b)의 심박수변화 데이터는 결정계수 값(R^2)이 각각 0.966와 0.972이며, F-검정결과는 유의수준 1%에서 두 데이터가 동일분산임을 알 수 있다. 따라서, 모델링결과는 수치적으로 적합하다.



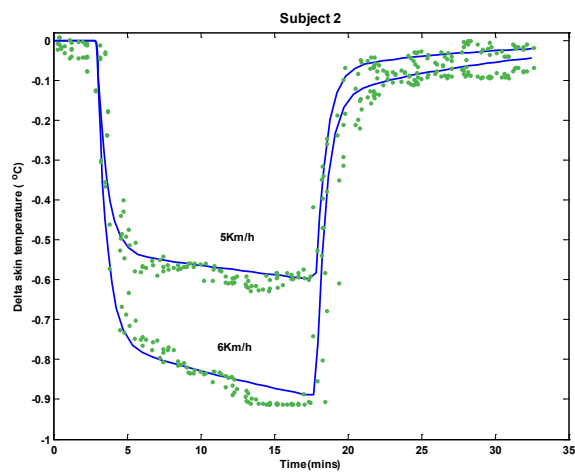
(a) Δ 피부온도



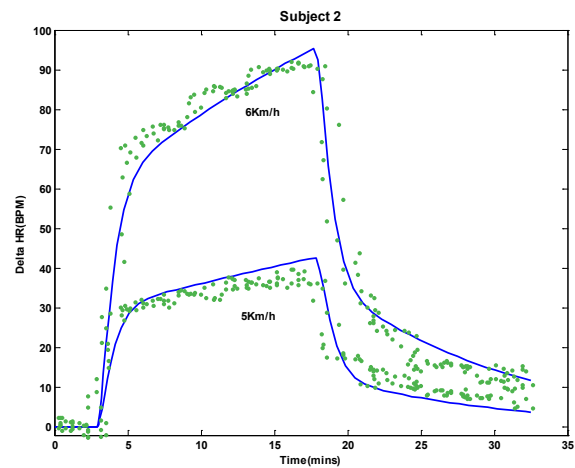
(b) Δ HR

그림 17 피험자1의 시뮬레이션데이터(실선)와 측정데이터(점선)

그림 18는 피험자2의 5-6km/h에서 피부온도와 HR의 변화를 시뮬레이션 한 결과이다. F-검정결과 p-value가 0.002로 5km/h에 HR데이터가 유의수준 1%에서, 두 데이터의 분산이 같지 않다는 결과가 나왔다. 하지만 결정계수 값(R^2)은 모두 0.95 이상으로 시뮬레이션 데이터 주변에 측정데이터가 잘 군집하고 있음을 알 수 있고, RMSE값 3.725로 작아 실측데이터를 설명하는 것에는 무리가 없다고 판단된다. 따라서 피험자2에 대한 모델은 적합하다고 할 수 있다.



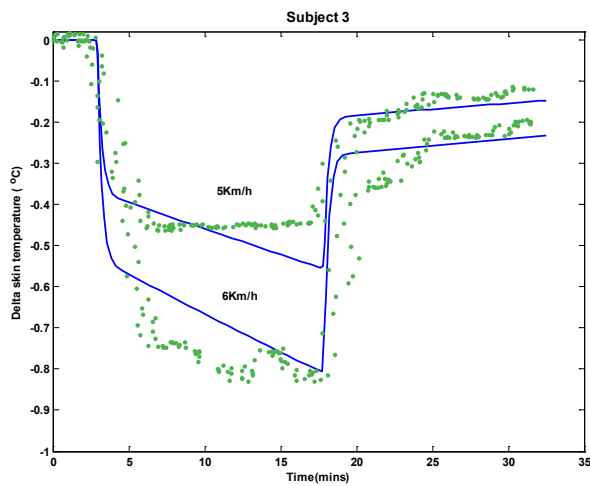
(a) Δ 피부온도



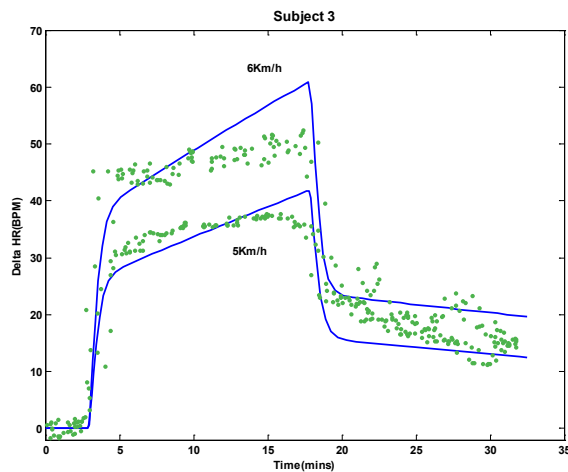
(b) Δ HR

그림 18 피험자2의 시뮬레이션데이터(실선)와 측정데이터(점선)

그림 19는 피험자2의 5-6km/h에서 피부온도와 HR의 변화를 결과 모델로 시뮬레이션 결과이다. F-검정결과 유의수준 1%에서 두 데이터의 분산이 같다. 또한 RMSE값 피험자1과 2의 값과 같은 수준이다. 피부온도 데이터의 경우, 결정계수 값(R^2)이 0.874(6km)로 다른 데이터에 비해 다소 낮다. 하지만 RMSE값 4.004로 작아 실측데이터를 설명하는 것에는 무리가 없다고 판단된다. 따라서 피험자3에대한 모델도 적합하게 됐다고 할 수 있다.



(b) Δ 피부온도



(a) Δ HR

그림 19 피험자3의 시뮬레이션데이터(실선)와 측정데이터(점선)

제6장 고찰

본 연구에서는 운동 강도에 따른 피부온도의 변화를 모델링 하였다. 생리학적 체온조절 기전을 기반으로, 선행 연구의 HR모델에 체온조절기전을 더하여 상태공간 모델을 구성하였다. 그리고 이 모델을 비선형 시스템이라 가정하고, 스텝 입력(5,6Km/h)에 대한 시스템의 응답을 MIMO 매개변수 추정을 통해 하나의 매개변수세트로 추정하였다. 이렇게 추정되어 나온 매개변수를 모델에 적용하여, 시뮬레이션을 통해 실측 데이터와 비교함으로써, 통계적으로 유의함을 알 수 있었다.

제안한 모델은 생리학적 관점에서 내부피드백으로 구성된 시스템이다. 이 모델은 고정된 운동강도가 입력으로 작용하면, 일하는 근육에서의 대사 요구량이 증가하게 되고, 대사량 증가로 인한 자율신경(교감, 부교감)의 반응으로 심부온도와 HR이 증가하게 된다. 반면 피부온도는 심부온도의 열손실을 위해 심부온도증가와 반비례적으로 감소하게 된다. 또한 선행 연구에서 보고된 바와 같이 피로물질 누적으로 인한 비선형적인 대사요구량의 증가는 선형 시스템의 안정상태 응답과 같이 심부온도와 HR을 안정된 상태로 유지하지 못하며, 비선형적인 드리프트 현상을 발생시킨다[19]. 본 연구의 실험결과를 미루어 볼 때 이러한 현상을 설명하는 데에 본 연구가 제안한 모델은 적합하다.

기존 연구에서 운동강도의 증가는 심부온도의 증가량과 정비례하는 관계에 있다고 하였다[13]. 그래서 본 연구에서도 심부온도변화 요인(\dot{x}_3)의 증가는 운동강도에 정비례하는 모델로 구성을 하였다. 하지만, 모델의 매개변수 추정과정에서 실측데이터와의 잔차를 줄이지 못하는 한계에 봉착하였다. 때문에 심부온도의 변화 요인(\dot{x}_3)은 운동강도의 제곱에 비례한다고 가정하고 모델을 다시 설계하였다. 그 결과 심부온도의 증가가 운동강도에 선형적으로 증가한다는 연구를 이용한 모델보다 실측데이터와의 잔차를 줄 일 수 있었다. 그래서 이 연구의 모델에 시뮬레이션 데이터의 최적 피팅 관점에서 볼 때, 심부온도의 변화요인은 운동강도(트레드밀 속도)의 제곱에 비례하는 것으로 보여진다.

이 모델의 한계는 사람이 땀을 흘리는 경우 설명이 어려운 한계점이 있다. 운동

중 사람이 땀을 흘리게 되면 심부온도가 피부 쪽으로 혈액을 통해 이동하여, 땀의 증발로 냉각된다. 특히 배경이론에서 밝혔다시피 피부온도의 열손실에 가장 영향을 많이 주는 것이 땀을 통한 증발이기 때문에 이런 경우 제안한 모델로는 체온의 추정이 어려울 것이다. 그럼에도 불구하고 본 연구에서 제안한 모델은 장점을 가지고 있다. 제안하는 체온 모델과 모델링 방법은 기존 연구에서 제시한 다중회귀모델들에 비해 특정 환경에 있는 그룹의 개인에게 맞는 최적모델을 제시 할 수 있을 것이다. 예를 들면, 땀을 흘리지 않고 지속적인 운동을 하는 재활 그룹에는 본 연구가 제안하는 방법도 합당할 것이다. 또한 제어응용 관점에서 볼 때, 제안하는 모델은 복잡하지 않은 3차의 비선형시스템으로, 평형점에서 테일러 급수를 이용하여 선형시스템으로 다시 쓰여질 수 있기 때문에 Kalman filter나 Robust H_∞ 와 같은 기술로 시스템의 출력(체온과 HR)을 추정 할 수 있다.

제7장 결론

본 연구는 운동 중 피부온도의 변화를 생리학적 관점에서 비선형 상태공간 모델로 설계하였다. 제안한 모델은 비선형적인 대사요구량을 설명하는 요소(x_2)와 심부온도를 묘사하는 요소(x_3)가 피부온도와 HR을 관장하는 요소(x_1)로 피드백 되는 구조이다. 이 모델은 생리학적으로 체온변화의 설명이 가능하다. 비록, 이 연구에서 운동 중 체온 변화를 모델링 과정이 외부환경의 영향을 최소화 하고 피부온도를 통해 모델링 하였지만, 제안한 상태공간 모델은 제어공학에서 플랜트의 대상이 될 수 있기 때문에 의미가 있다. 향후 이 연구에서 제안한 모델을 보강하여 특정 조건에서의 직장의 심부온도를 통해 모델을 설계 한다면, 체온을 예측해야 하는 열상예방-시스템에도 응용이 가능 할 것으로 사료된다.

참고 문헌

- [1] E. E. Coris, A. M. Ramirez, and D. J. Van Durme, "Heat illness in athletes: the dangerous combination of heat, humidity and exercise," *Sports Medicine*, vol. 34, pp. 9-16, 2004.
- [2] G. M. Budd, "Wet-bulb globe temperature (WBGT)—its history and its limitations," *Journal of Science and Medicine in Sport*, vol. 11, pp. 20-32, 2008.
- [3] S. F. Godek, J. J. Godek, and A. R. Bartolozzi, "Thermal responses in football and cross-country athletes during their respective practices in a hot environment," *Journal of athletic training*, vol. 39, p. 235, 2004.
- [4] S. D. R. GALLOWAY and R. J. MAUGHAN, "Effects of ambient temperature on the capacity to perform prolonged cycle exercise in man," *Medicine & Science in Sports & Exercise*, vol. 29, p. 1240, 1997.
- [5] M. F. Bergeron, D. B. McKeag, D. J. Casa, P. M. Clarkson, R. W. Dick, E. R. Eichner, C. A. Horswill, A. C. Luke, F. Mueller, and T. A. Munce, "Youth football: heat stress and injury risk," *Medicine & Science in Sports & Exercise*, vol. 37, p. 1421, 2005.
- [6] R. F. Goldman, "Introduction to heat-related problems in military operations," *Medical aspects of harsh environments*, vol. 1, pp. 3-49, 2001.
- [7] R. Hoyt and K. Friedl, "Current status of field applications of physiological monitoring for the dismounted soldier," ed: Washington, DC: National Academy Press, 2004, pp. 247-257.
- [8] A. V. Gribok, M. J. Buller, and J. Reifman, "Individualized Short-Term Core Temperature Prediction in Humans Using Biomathematical Models," *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 55, pp. 1477-1487, 2008.
- [9] V. Brodan, M. Hajek, and E. Kuhn, "An analog model of pulse rate during physical load and recovery," *Physiologia Bohemoslovaca*, vol. 20, p. 189, 1971.
- [10] M. Hajek, J. Potůček, and V. Brodan, "Mathematical model of heart rate regulation during exercise," *Automatica*, vol. 16, pp. 191-195, 1980.
- [11] S. W. Su, W. Lu, B. G. Celler, A. V. Savkin, and G. Ying, "Identification and Control for Heart Rate Regulation During Treadmill Exercise," *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 54, pp. 1238-1246, 2007.
- [12] T. M. Cheng, A. V. Savkin, B. G. Celler, W. Lu, and S. W. Su, "A nonlinear dynamic model for heart rate response to treadmill walking exercise," in *Engineering in Medicine and Biology Society, 2007. EMBS 2007. 29th Annual International Conference of the IEEE*, 2007, pp. 2988-2991.
- [13] S. K. Powers and 공. 최. 외3인, *파워 운동생리학*, 2006.
- [14] 안의수, 박현조, 윤진화, 홍용, and 우상구, *운동과 건강*, 2009.
- [15] J. H. Wilmore and D. L. Costil, *운동과 스포츠 생리학*, 2002.
- [16] M. L. Foss and 공. 위. 외8명, "운동 생리학," 2002.
- [17] 김종식, 이민철, 한명철, and 최재원, *제어시스템 설계*, 1998.
- [18] 권육현 and 권오규, *자동제어공학*, 2003.
- [19] T. M. Cheng, A. V. Savkin, B. G. Celler, S. W. Su, and W. Lu, "Nonlinear Modeling and Control of Human Heart Rate Response During Exercise With Various Work Load Intensities," *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 55, pp. 2499-2508, 2008.
- [20] H. Gavin, "The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting

- problems," *Environmental Engineering*, pp. 1-15, 2011.
- [21] R. Fletcher and M. J. D. Powell, "A rapidly convergent descent method for minimization," *The Computer Journal*, vol. 6, pp. 163-168, 1963.
- [22] Å. Björck, *Numerical methods for least squares problems*: Society for Industrial Mathematics, 1996.
- [23] H. A. Schilling and S. L. Harris, *Applied Numerical Methods for Engineers Using MATLAB*: Brooks/Cole Publishing Co., 1999.
- [24] D. W. Marquardt, "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters," *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 11, pp. 431-441, 1963.
- [25] K. B. Pandolf and R. E. Burr, *Medical aspects of harsh environments [electronic resource]*: Office of the Surgeon General, United States Army ;, 2001.

ABSTRACT

A study on design of nonlinear state-space model to estimate response of skin-temperature during treadmill exercise

The aim of this study is to design a nonlinear state-space model to estimate response of skin-temperature during and after treadmill exercise. The model was designed with state-space equation based on physiological mechanisms. The model is composed of three components to describe the autonomic nervous system, local metabolism, core-temperature. It is a feedback interconnected system. System Identification experiments for three subjects were carried out to estimate the parameters of models. Through this experiment, a step input of the model (5, 6 km / h) for the output of the system was collected. After that, the input and output data consists of the subjects MIMO (Multiple Input and Multiple Output) system, and parameters were estimated by Levenberg-Marquardt technique to perform the optimization process. And simulation of the model and real data are compared to check the suitability of the system. As a result, it was deemed suitable for individual models.

In this study, the proposed nonlinear dynamic model can be useful of skin temperature control. In the future, through the deep temperature measurements, the design model can be applied to predict the temperature in thermal protection systems.

Key words : treadmill exercise, nonlinear state-space model, core-temperature response, system identification, skin temperature prediction, feedback interconnected system